

Instituto de Ciencia Animal
Instituto de Investigaciones Forestales
Universidad de Pinar del Río



**Aplicación del método Bootstrap para la estimación de
parámetros poblacionales en Parcelas Permanentes de
Muestreo y en la modelación Matemática en plantaciones
de *Pinus cubensis* Griseb.**

**TESIS EN OPCIÓN AL GRADO CIENTÍFICO DE DOCTOR EN CIENCIAS
FORESTALES**

Autor: Ing. José Antonio Bravo Iglesias.

Tutores: Dra. Verena Torres Cárdenas, Instituto de Ciencia Animal

Dr. Edilio Aldana Pereira, Universidad Pinar del Río.

La Habana, Cuba

2010.

Agradecimientos

Mis más sinceros agradecimientos a todas las personas que de una forma u otra me han ayudado para un feliz termino de este trabajo, a la Lic. Magaly Herrera, las Tec. Aida Noda y Lucia Sarduy del Instituto de Ciencia Animal las cuales me animaron y me dieron aliento en todos los momentos, al Ing. Wilmer Toirac de la Estación Experimental Forestal Baracoa por su participación en el levantamiento de campo, al Ing. Fernando Jiménez y el Tec. José Luis Almenares del Grupo Nacional de Ordenación Forestal por su ayuda desinteresada y valiosa, al Ing. Juan Miguel Montalvo que supo guiarme y hacerme interesar por el uso de las técnicas estadísticas matemáticas, a la MSc. Juana Teresa Suárez que me ha estimulado a alcanzar nuevas metas, a la Ing. Celia Guerra, a la Lic. Engracia Olivares, a la Señora Milagros Medina, a las Señoritas Carmen Rosa Torres y Maydel Serrano, a los profesores de la carrera de ingeniería forestal que me formaron, mi agradecimiento a mis tutores la Dra. Verena Torres del Instituto de Ciencia Animal y el Dr. Edilio Aldana de la Universidad de Pinar del Río "Hermanos Saiz Montes de Oca" que me han sabido guiar y especialmente a la Lic. Lourdes Rodríguez Shade, el Ing. Osmil García y Anisley García que me acogieron en su casa durante todos estos años de estudio del doctorado. A mi amigo y hermano Dr. Pedro Pablo Henry. A mis compañeros del Instituto de Investigaciones Forestales y particularmente del Departamento de Silvicultura y Medio Ambiente.

Dedicatoria.

A mis Padres

A mis Hermanos

A mi Familia

A mis Amigos

A la Revolución

SINTESIS

En este trabajo se realiza un estudio para la determinación del tamaño de muestra en el establecimiento de Parcelas Permanentes de Muestreo en plantaciones de *Pinus cubensis* Griseb en la Empresa Forestal Integral "Baracoa". Se realizó un muestreo aleatorio simple, estableciéndose cinco unidades de muestreo y se prefijaron cuatro tamaños de muestra. Se calcularon los estadígrafos de posición, dispersión, intervalo de confianza y el tamaño de muestra teórico. Mediante la aplicación de método Bootstrap se estima el volumen por hectárea y se modela el crecimiento del diámetro medio. En los rodales de Clase de Edad II y Clase de Edad IV se lograron reducir los tamaños de muestra en un 40% y un 60% respectivamente, obtenidos a partir de las muestras Bootstrap en comparación con las observaciones originales. Se modeló el crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb, siendo los modelos de Hossfeld I y Hossfeld I (modificado) los que presentaron mejores estadísticos y esta última función resultó la que mejor describe el comportamiento biológico de la especie. Se remuestrean los valores observados por el método Bootstrap lográndose una mayor exactitud en la estimación del diámetro medio. Finalmente se hacen dos propuesta metodologías con la aplicación del método Bootstrap.

TABLA DE CONTENIDOS

I	INTRODUCCION	Pág. 1
II	REVISION BIBLIOGRAFICA	11
II.1	Breve reseña sobre los inventarios forestales	12
II.2	Aspectos teóricos de la inferencia estadística y el muestreo	13
II.3	Muestreo en inventarios forestales	15
II.3.1	Diseño de muestreo para inventarios forestales	15
II.3.2	Muestreo aleatorio simple	15
II.4	Determinación del tamaño de muestra en muestreo aleatorio simple	17
II.4.1	Tamaño de muestra	17
II.4.1.1	Cálculo del tamaño de muestra en función del error de muestreo	18
II.4.1.2	Cálculo del tamaño de muestra en función de la intensidad de muestreo	19
II.5	Simulación matemática	19
II.6	Método Bootstrap	21
II.6.1	Aplicaciones del método Bootstrap	30
II.7	Modelación matemática	37
III	MATERIALES Y METODOS	48
III.1	Características del área de estudio	49
III.2	Descripción de la especie	52
III.3	Colecta de datos	52
III.4	Análisis estadístico	53
IV	RESULTADOS Y DISCUSION	58
IV.1	Evaluación de los estadígrafos de posición y dispersión para diferentes tamaños de muestra en Parcelas Permanentes de Muestreo	59
IV.2	Aplicación del Método Intensivo por Ordenador Bootstrap para estimar el volumen por hectárea en Parcelas Permanentes de Muestreo	65
IV.3	Determinación de tamaño de muestra a partir de las muestras Bootstrap	69
IV.4	Modelación matemática	77
IV.4.1	Modelación del crecimiento del diámetro de <i>Pinus cubensis</i> Griseb con los valores observados	77
IV.4.2	Modelación del crecimiento del diámetro de <i>Pinus cubensis</i> Griseb con los datos remuestreados	83
IV.5	PROPUESTAS METODOLOGICAS CON LA APLICACIÓN DEL METODO BOOTSTRAP	90
IV.5.1	En la estimación de una variable dasométrica a partir del establecimiento de Parcelas Permanentes de Muestreo en plantaciones mediante un muestreo aleatorio simple	90
IV.5.2	Modelación del crecimiento del diámetro medio utilizando como variable independiente la edad	91

IV.6	Importancia práctica, económica, ambiental y social de la implementación del método Bootstrap en la actividad forestal	93
V	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	94
VI	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	97
VII	ANEXOS	117

I. *INTRODUCCION*

I. INTRODUCCION

Los primeros intentos relacionados con el establecimiento de plantaciones artificiales en el territorio cubano data del año 1905 (Gómez, 1972). El mayor impulso se ha dado a partir de 1959 con un amplio plan de reforestación donde se incluyen especies de importancia económica para el país, entre ellas los pinos.

Los pinos y pinares juegan un papel muy importante en la economía forestal y nacional de Cuba debido al uso universal de los mismos (Samek, 1967). La importancia de los pinos está subrayada más aún por el crecimiento relativamente rápido y el porcentaje elevado de su utilización debido al fuste recto. Según este autor la explotación irracional y otros tratamientos inadecuados como el pastoreo incontrolado, el fuego y la erosión causaron y aún causan una disminución del incremento de los pinos.

En investigaciones forestales las Parcelas Permanentes de Muestreo (PPM) son dispositivos de investigación a largo plazo, permanentemente demarcados y periódicamente medidos. Las PPM son de utilidad tanto en estudios con fines descriptivos como en ensayos formales. En estudios descriptivos, las unidades de una red de PPM pueden ser seleccionadas a través de los diseños de muestreo aleatorio simple, aleatorio estratificado y sistemático. En el caso del diseño de muestreo aleatorio estratificado, la división del bosque por estratos con base en tipos de vegetación, suelo, topografía, manejo, etc. puede ayudar a lograr una mayor precisión (Ortiz y Quirós, 2002).

Todo bosque debe ser manejado técnicamente para obtener el mejor beneficio en base a la producción de madera de primera calidad. Con el fin de determinar el correcto manejo de los bosques se instalan PPM tanto para fines de producción como de raleo, para que a través de sus mediciones precisen los incrementos anuales y medios anuales de altura, diámetro, volumen y las calidades de sitio. Con esta información se podrá en un futuro próximo sugerir a los tenentes del bosques, la forma en que han de manejarlos, sobre todo en relación con los raleos correctos, en tiempo o por turno según la especie y el lugar en que los árboles estén plantados (Andrade, 1981).

Sosa (1981) plantea que la medición cuidadosa de PPM da una buena oportunidad de coleccionar datos para análisis silvícola, tanto en árboles individuales como de grupos de sitios.

Mas y Mora (1991) plantean que la forma más consistente para conocer la dinámica de las poblaciones forestales bajo regímenes de tratamientos silvícolas diferentes, lo constituyen las PPM de experimentación silvícola y afirman que en las regiones tropicales son muy pocas las unidades forestales que cuentan con parcelas experimentales, tanto en bosques de coníferas como de latifolias.

Machado (2002) plantea que la bibliografía existente en Cuba, sólo aporta conocimientos al establecimiento de PPM con fines de investigación, principalmente para evaluar el incremento en plantaciones de determinadas especies. Con fines de inventario no se ha hecho uso de las PPM.

Según Álvarez (2006) el Instituto de Investigaciones Forestales estableció más de 1000 PPM a escala nacional con cuyos resultados fueron elaborados diversos estudios dasométricos y tablas para el manejo silvícola de plantaciones de diferentes especies. El sistema nacional de PPM se extinguió a principios de la década de los años 90, debido a la carencia de transporte y de combustible para la sistemática atención que demandaban.

Las PPM tienen dos usos principales, el primero como parcelas simples para estudios generales de crecimiento y de rendimiento, las que se distribuyen por todo el rodal en estudio para que sean representativas. En el segundo se usan como unidades de evaluación en los experimentos diseñados para estudiar los efectos del espaciamiento, aclareo, fertilización, drenaje, procedencia, etc. en el rodal y en el crecimiento de los árboles (Nacimiento, 1982).

Las PPM cumplen una función importante en el control de la dinámica forestal, el crecimiento y rendimiento a largo plazo y proporcionan datos sobre los incrementos en diámetro y en volumen, así como la dinámica y la estructura del rodal forestal. Estos datos son muy útiles para calcular la posibilidad de corta anual (PCA), en una unidad de ordenación forestal. Además, ha existido una creciente demanda de datos e información recopilados en las PPM en los proyectos sobre secuestro de carbono. El uso de mediciones a largo plazo provistas por las PPM mejoraría el perfil y la credibilidad de tales proyectos.

Un problema en el estudio de los bosques es que prácticamente todos los factores están interrelacionados y son cambiantes según sea el grado o etapa de desarrollo de la masa forestal, por lo que para conocerlos, no es suficiente el

estudio estático de una etapa, sino que es necesario el estudio dinámico o sea a través del tiempo.

En general, lo que se ha usado con más frecuencia y sobre todo en los países de gran tradición forestal, para conocer el comportamiento de los bosques a través de su vida, son las PPM, que permiten obtener datos periódicos (por más de cien años en varios casos), que han aportado información para poder cultivarlos adecuadamente.

Entre los principales problemas planteados por autores como Malleux (1982), Ortiz y Quirós (2002 a) y Gallegos *et al.* (2010) que dan lugar a una inadecuada planificación forestal se encuentran: la falta de correspondencia entre los tipos de inventarios y sus diseños, las bajas intensidades de muestreo, los análisis incorrectos, errores en las fórmulas, criterios estadísticos mal aplicados, mediciones deficientes, falta de equipo de medición y de personal capacitado, etc., los cuales conllevan a inventarios deficientes y es necesario lograr la aplicación y utilización de diseños adecuados, de manera que se logren estimaciones poblacionales con un mínimo error lo cual garantizará la precisión y exactitud de dichas estimaciones.

De todos los problemas anteriormente planteados, las bajas intensidades de muestreo son las que más inciden, pues no se dispone de tiempo suficiente para la permanencia del personal en las áreas de trabajo. Ante esta situación se hace necesario acudir a técnicas estadísticas que permitan obtener estimaciones confiables de los parámetros poblacionales, siendo una solución para estas condiciones la aplicación del método Bootstrap.

El método Bootstrap consiste en una variedad de técnicas para la inferencia estadística denominadas genéricamente métodos de remuestreo, son básicamente técnicas de simulación que reutilizan los datos observados para constituir un universo del cual extraer repetidas muestras y constituye la línea más desarrollada, tanto desde el punto de vista teórico como aplicado, al proporcionar una buena aproximación de la distribución de los estimadores, lo que permitirá describir algunas de sus propiedades muestrales, así como el cálculo de intervalos de confianza y la realización de contrastes de hipótesis (Pla, 2005).

El Bootstrap se diferencia del enfoque tradicional paramétrico en que emplea un gran número de procedimientos iterativos para estimar la forma de la distribución muestral del estadístico en cuestión, en lugar de fuertes asunciones distribucionales y soluciones analíticas (Efron y Tibshirani, 1993). Este procedimiento permite al investigador realizar inferencias en casos donde tales soluciones analíticas no son viables y donde las asunciones son insostenibles. El Bootstrap no es, por tanto, un estadístico per se, más bien, es una aplicación de la estadística, para realizar inferencias sobre los parámetros poblacionales.

El Bootstrap o bootstrapping, términos usados indistintamente en la literatura internacional (Efron, 1979; Efron y Tibshirani, 1986) descansa en la analogía entre la muestra y la población de la cual la muestra es extraída, implica el remuestreo (resampling) de los datos obtenidos en una muestra, con reemplazamiento, muchas veces para generar una estimación empírica de la

distribución muestral completa de un estadístico y puede considerarse como un tipo especial de simulación denominada simulación basada en los datos.

Este método se ha desarrollado haciendo uso de las técnicas actuales de la informática, ya que es preciso generar un elevado número de muestras aleatorias, y se denomina método de uso intensivo del ordenador (Noreen, 1989, Hinkley y Winstead, 1990)

El Bootstrap es un método de simulación probabilística donde el resultado no puede ser predicho con certeza sino con un cierto grado de probabilidad o riesgo, pero mediante el mismo, con un tamaño de muestra pequeño se pueden obtener estimaciones confiables de los parámetros poblacionales. Ante las condiciones difíciles de trabajo para el establecimiento de las Parcelas Permanentes de Muestreo, este método puede ser considerado como una opción para humanizar las labores de campo y a su vez obtener información biométrica confiable a un bajo costo.

Problema: Bajas intensidades de las PPM, no garantiza la exactitud y precisión en la estimación de los parámetros poblacionales de las variables medidas en las investigaciones forestales.

Objeto de investigación: La estimación de los parámetros poblacionales en Parcelas Permanentes de Muestreo y de los modelos matemáticos, en investigaciones forestales.

Hipótesis: Si se aplica la simulación utilizando el método Bootstrap en la determinación de los estadígrafos de posición y dispersión, en Parcelas Permanentes de Muestreo y de los datos observados para modelación matemática, entonces se obtendrán estimaciones de los parámetros poblacionales con mayor exactitud y precisión.

Objetivo general: Mejorar la exactitud y precisión en la estimación de los parámetros poblacionales en las Parcelas Permanentes de Muestreo y en la modelación Matemática en investigaciones forestales a través del método Bootstrap.

Objetivos específicos.

- 1 Evaluar los estadígrafos de posición y dispersión del volumen por hectárea para diferentes tamaños de muestra en Parcelas Permanentes de Muestreo.
- 2 Simular la estimación del volumen por hectárea empleando el método Bootstrap en Parcelas Permanentes de Muestreo.
- 3 Definir si el remuestreo mejora los criterios estadístico de bondad de ajuste al modelar el crecimiento del diámetro medio.

Novedad científica:

La novedad científica de este trabajo radica en que por primera vez en Cuba se utiliza el método Bootstrap para la estimación de los parámetros poblacionales en Parcelas Permanentes de Muestreo en investigaciones forestales y en la modelación Matemática del diámetro medio.

Aporte científico:

Los resultados de esta tesis permiten:

- 1 Demostrar la aplicación del método Bootstrap en investigaciones forestales, constituyendo un primer acercamiento a la utilización de este método como una alternativa de aplicación en la determinación de los estadígrafos de posición y dispersión, y el cálculo del tamaño de muestra adecuado.
- 2 Determinar el modelo matemático de mejor ajuste para describir el comportamiento del diámetro medio utilizando la edad como variable independiente.

Aporte teórico.

Está determinada por la bibliografía consultada en este trabajo y por la información que se brinda sobre las investigaciones realizadas con la aplicación del método Bootstrap, y se proporcionan los primeros aportes teóricos de la utilización de esta técnica estadística que complementan los estudios sobre la biometría forestal en Cuba.

Aporte práctico.

Radica en que se obtendrá el tamaño de muestra de la PPM mediante la aplicación del método Bootstrap, así como el modelo matemático de crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb y el modelo que mejor describe el comportamiento biológico de la especie, además se podrá contar con dos propuestas metodológicas con la aplicación del método Bootstrap, la

cual servirá de guía a investigadores, profesores, estudiantes y productores como una alternativa a los métodos estadísticos clásicos.

II. *REVISION* *BIBLIOGRAFICA*

II. REVISION BIBLIOGRAFICA

II. 1 Breve reseña sobre los inventarios forestales.

Un inventario forestal es un procedimiento usado para obtener información cualitativa y cuantitativa de los bosques, de acuerdo a los objetivos propuestos y la exactitud requerida de una población forestal, con el fin de obtener resultados útiles para efectos prácticos de su manejo, ya como plantaciones o bosque natural (Lema, 2002).

Según Hughell (1997) la pregunta clave en cualquier inventario forestal es el tamaño de la parcela y el número de las parcelas, ya que estos parámetros influyen directamente sobre la precisión y los costos. En general el tamaño óptimo de la parcela depende de la estructura del bosque (tamaño, densidad, grado de agregación de los árboles) y los costos, y el número de parcelas dependen de la variación entre las parcelas y la precisión deseada.

La Ley 85 o Ley Forestal (1998) contempla varios tópicos a tener en cuenta para elaborar un plan de manejo forestal acorde con las exigencias actuales. Para este fin resulta vital el levantamiento de información biométrica del bosque a través del muestreo; así como el conocimiento básico de informática como herramienta para el cálculo de Número de Árboles, el Área Basal, el Volumen de madera total o por hectárea y otros cálculos relevantes en forma rápida y eficiente. Con esta información el Ingeniero Forestal tomará decisiones apropiadas para dimensionar: la industria, el plan de extracción y plan silvícola tendientes a abastecer de materia prima a la industria forestal. Por tal razón es imprescindible conocer y estudiar los fundamentos científicos que encierran los

diferentes métodos y/o técnicas de muestreo que pueden ser empleados para evaluar el bosque, adiestrarse en su planeamiento, ejecución del inventario, procesamiento y análisis de los datos. Consecuentemente se necesita un nivel de capacitación para realizar el inventario de un bosque utilizando el método de muestreo que más se adecue a una zona en particular, con el menor error de muestreo posible; bajo costo de implementación, alta precisión y buena confiabilidad estadística.

II.2 Aspectos teóricos de la inferencia estadística y el muestreo.

Según Ortiz y Carrera (2002) para generar información más precisa y que pueda ser manipulada estadísticamente, es necesario caracterizar las observaciones o variables medidas y definir después parámetros o estadísticos. Las distribuciones de estas variables nos brindan información acerca de sus características, lo cual puede calcularse. Según estos autores un parámetro es el valor que resume la información contenida en una población de observaciones, y un estadístico es el valor que resume la información contenida en una muestra. Los estadísticos no son valores fijos, sino que varían de muestra en muestra de una misma población, y por lo tanto solo pueden ser utilizados para generar inferencias inciertas acerca del verdadero valor del parámetro poblacional.

La media aritmética es el estadígrafo de posición más común llamada también promedio, o simplemente media. En general, se considera la mejor medida para caracterizar la posición de las observaciones. El verdadero valor poblacional solo podría calcularse si se evaluará toda la población, con instrumentos

cuidadosamente calibrados y con técnicas de medición cuidadosamente controladas. Las mediciones y estimaciones pueden estar sesgadas, es decir, los resultados de la medición difieren del verdadero valor poblacional de forma sistemática. Se usa el término sesgado cuando esta diferencia es fija, y por lo tanto la magnitud del error se podría calcular o conocer. Ejemplos de casos de mediciones sesgadas son: cuando se usa una cinta métrica que se ha estirado con el tiempo, o cuando se redondea hacia arriba todas las mediciones de altura de los árboles. Las estimaciones sesgadas se dan también cuando se usan estimadores de medidas de posición o variación cuyo valor promedio en sucesivos muestreos no es igual al valor poblacional. La media aritmética muestral es un estimador no sesgado de la media aritmética poblacional; pero la desviación estándar muestral es un estimado sesgado de la desviación estándar poblacional.

La precisión está en función de la calibración de los instrumentos utilizados en las mediciones, pero también depende de la variación que existe entre unidades de muestreo, la cual es una característica intrínseca de la población. El error estándar (EE) es una medida de precisión con la que se estima una media poblacional. Entre más pequeño sea el error estándar, la estimación es más precisa, y si se analizan con cuidado las fórmulas para calcular el error estándar, se concluye que la forma de aumentar la precisión de una estimación es incrementando el tamaño de muestra (n).

II. 3 Muestreo en inventarios forestales.

Los inventarios por muestreo son los más utilizados en la planificación del manejo forestal, ya que permiten determinar las características de la población (estadísticos de posición y variación) con respecto a diferentes variables, a un costo apropiado y dentro de límites de tiempo razonable (Malleux, 1982 y Ortiz y Carrera, 2002a).

II. 3.1 Diseños de muestreo para inventarios forestales.

Según Ortiz y Carrera (2002b), entre los principales diseños de muestreo utilizados en la ejecución de inventarios forestales se encuentran los muestreos: aleatorio simple, sistemático, estratificado, en conglomerados y doble.

El diseño de esquema de muestreo es el que determina cómo se distribuyen y seleccionan las unidades de muestreo que forman parte de la muestra. El factor principal en la selección de las unidades de muestreo es evitar que se introduzcan errores de sesgo en la estimación de los parámetros poblacionales. Las fórmulas estadísticas para determinar el error de muestreo parten del hecho de que la muestra es representativa de la población, lo cual implica la elección de una muestra que incluya toda la variabilidad de la población. Esto rara vez ocurre si las muestras no están bien distribuidas.

II. 3. 2 Muestreo aleatorio simple.

En el establecimiento de PPM, en los rodales de plantaciones forestales puras, el muestreo aleatorio simple, es entre los diseños de muestreos, el que más se adecua por las condiciones de homogeneidad que se presentan.

En el diseño aleatorio simple, la muestra es tomada directamente de la población, de acuerdo con los requisitos de aleatoriedad. En consecuencia, este diseño es una aplicación exacta de las leyes de la probabilidad y sus resultados tienen una alta confiabilidad, son imparciales y consistentes (Cochran, 1966 y Yamane, 1970).

Según Ortiz y Carrera (2002b) el muestreo aleatorio simple es sencillo y muy eficiente cuando se aplica en poblaciones con unidades de muestreo homogéneas en cuanto al parámetro poblacional que se desea estimar (volumen total, área basal, número de árboles por hectárea).

Para la selección de la muestra se debe proceder de la siguiente manera: Se divide el área total efectiva del bosque (A) en parcelas de muestreo de tamaño (a). A cada unidad en la población se le asigna un número, y la muestra (n) se escoge al azar utilizando un generador o una tabla de números aleatorios, con el fin de asegurar que cada unidad de muestreo tenga igual probabilidad de ser escogida como parte de la muestra.

Normalmente, las unidades de muestreo se seleccionan sin remplazo; es decir que cada unidad de muestreo solo puede ser escogida una vez. En inventarios forestales para estimar el número de árboles, volumen comercial, biomasa seca, o toneladas de carbono en el bosque, por lo general se busca estimar tanto el total en el bosque (T) como el valor promedio $\left(\bar{X}\right)$ por hectárea.

En este tipo de inventario, los datos de campo consisten en mediciones por unidad de muestreo (x); como por ejemplo: número de árboles por parcela, área

basal por parcela, volumen por parcela. Esto significa que los cálculos se pueden realizar por unidad de muestreo o por unidad de área (ha). Ambos procedimientos producirán los mismos resultados; sin embargo, el analista debe tener cuidado con el tratamiento de los datos.

Para evitar errores es recomendable que la información de campo, colectada por unidad de muestreo, se extrapole a unidad de área. Cuando las unidades de muestreo no son parcelas, sino árboles, individuos, u otra unidad de muestreo simple, no se tiene este problema y los datos de campo se pueden tratar por unidad de muestreo.

II. 4 Determinación del tamaño de muestra en muestreo aleatorio simple.

En este acápite los aspectos tratados se tuvieron en cuenta los criterios dados por Ferreira (1994) y Ortiz y Carrera (2002a).

II. 4.1. Tamaño de muestra

El tamaño de la muestra se refiere al área total por inventariar, expresado en número de parcelas de tamaño definido. De la fórmula del error de muestreo se desprende que el tamaño de la muestra está en función de la variabilidad del bosque (CV%) y del error máximo requerido.

En términos generales, el tamaño de la muestra se puede calcular en función del error máximo requerido o en relación con una unidad de intensidad de muestreo establecida.

II.4.1.1 Cálculo del tamaño de la muestra en función del error máximo requerido.

Si se desea calcular el tamaño de muestras (n), en base a un error prefijado, se deben conocer los estimadores de la desviación estándar (S) y la media poblacional (\bar{X}), los cuales permiten calcular el coeficiente de variación de la población a muestrear (CV%). El CV% puede estimarse utilizando los resultados de inventarios en bosques similares al estudiado, o haciendo un muestreo preliminar de baja intensidad.

Este método se puede emplear en poblaciones infinitas y finitas. Para el caso de poblaciones infinitas, el tamaño de la muestra se deriva de la fórmula de cálculo del error máximo requerido (E%), de lo planteado se obtiene la siguiente expresión:

$$n = \frac{(t_{\alpha/2, gl})^2 (CV \%)^2}{(E \%)^2}$$

donde:

$t_{\alpha/2, gl}$: es un valor de t de Student con un nivel de confianza establecido $(1 - \alpha)$ y

$n - 1$ grados de libertad (gl)

CV%: coeficiente de variación estimado de la población por muestrear

E%: error máximo requerido en por ciento a un nivel de confianza establecido $(1 - \alpha)$

Para el caso de poblaciones finitas (N = tamaño de población conocido), la fórmula para estimar n , se deriva de la ecuación para calcular el error máximo requerido de la media poblacional finita. El resultado de despejar n de esta ecuación es:

$$n = \frac{(t_{\alpha/2, gl})^2 (CV \%)^2}{(E \%)^2 + \frac{(t_{\alpha/2, gl})^2 (CV \%)^2}{N}}$$

II. 4.1.2. Cálculo del tamaño de la muestra en función de la intensidad de muestreo.

La relación porcentual entre el tamaño del área muestreada y el área total de la población da la intensidad de muestreo (i), está definida por la fórmula:

$$i = \frac{\text{Superficie de la muestra}}{\text{Superficie de la población}}$$

El hecho de trabajar con intensidades de muestreo simplifica el proceso de diseño y la planificación por parte de los responsables de su ejecución; además, permite un mejor control por parte del Estado, dado que muchas veces los datos de campo son manipulados para disminuir el error de muestreo con seria repercusión en la calidad de la información. La manipulación va desde eliminar árboles grandes que elevan el error por encima de lo permitido, o en su defecto, ampliar el número de parcelas muestreadas, pero disminuir el tamaño de las mismas durante el procesamiento de la información de gabinete.

II. 5 Simulación Matemática.

Con el advenimiento de las computadoras personales, la simulación matemática es una de las herramientas más importante para analizar el diseño de los

sistemas y procesos complejos. El uso moderno de la palabra simulación, data de 1940, cuando los científicos Von Neuman y Ulan, que trabajaban en el proyecto de Monte Carlo, durante la Segunda Guerra Mundial, resolvieron problemas de reacciones nucleares, cuya solución experimental sería muy costosa y el análisis matemático demasiado complejo (Ortiz, 2000).

Las definiciones de simulación encontradas en la literatura consultada (Aguilar y Cañas, 1992; Sitaramaswamy y Jain; 1993, Brown y Rothery, 1997) señalan las dos que se han considerado más precisas:

- 1 Es el proceso de diseñar y desarrollar un modelo computarizado de un sistema o proceso y conducir experimentos con este modelo, con el propósito de entender el comportamiento del sistema al evaluar varias estrategias con las cuales se puede operar el mismo.
- 2 Es una técnica numérica para realizar experimentos en una computadora digital. Estos experimentos involucran cierto tipo de modelos matemáticos y lógicos que describen el comportamiento de sistemas de negocios, económicos, sociales, biológicos, físicos o químicos, a través de largos periodos de tiempo.

Ortiz (2000) plantea que la simulación es el proceso de diseñar y conducir experimentos con un modelo de un sistema real, con apoyo de elementos matemáticos o numéricos, con el propósito de entender con dicho modelo el funcionamiento y/o evaluar estrategias de operación del sistema real y refiere que en este contexto, Aguilar y Cañas (1992), Menner (1995) y Brown y Rothery

(1997) consideran dentro del campo de la simulación las tres variantes de modelos siguientes:

1. Modelo de educación o juego.
2. Modelo de simulación propiamente dicho.
3. Modelo de análisis de Monte Carlo.

En el caso particular del Modelo de análisis de Monte Carlo, se describe que es una técnica para resolver problemas que tienen una base estocástica o probabilística (Ortiz 2000), existiendo dos variantes o tipos de problemas donde es aplicable esta técnica. Primero, aquellos problemas que tienen procesos de naturaleza estocásticos, que pueden ser simulados con esta técnica. En segundo lugar problemas matemáticos completamente determinísticos, que no tienen fácil solución por métodos estrictamente determinísticos y que pueden ser abordados con soluciones aproximadas, simulando procesos estocásticos con momentos, funciones de densidad o de distribución acumulativa que satisfagan las relaciones funcionales o los requisitos relativos a la solución del problema determinístico.

II.6 Método Bootstrap.

El Bootstrap puede considerarse como un tipo especial de simulación denominada simulación basada en los datos. Se simula a partir de una estimación de la población basada en los datos (Efron y Tibshirani, 1993).

El método Bootstrap debe su nombre y su formulación original a Efron (1979), constituye la línea más desarrollada, tanto desde el punto de vista teórico como aplicado, de una variedad de técnicas para la inferencia estadística

denominadas genéricamente “métodos de remuestreo” (Simon, 1969) entre las que se encuentran la permutación estocástica, el Jackknife (Quenouille, 1956; Tukey, 1958) y la validación cruzada (Mosier, 1951). Son básicamente técnicas de simulación que reutilizan los datos observados para constituir un universo del cual extraer repetidas muestras. El requerimiento de gran potencia computacional común a todas ellas ha llevado a denominarlas técnicas de “computación intensiva” (Noreen, 1989)

La idea subyacente al Bootstrap es simple: Los datos muestrales son tratados como si constituyesen los datos de toda la población, es decir se utilizan como el universo del que se extraerán muestras con reemplazamiento. Para cada remuestreo se calculará el valor del estimador Bootstrap que se utilizará para estimar la variabilidad muestral. Tal y como los estudios teóricos han demostrado, este enfoque proporciona una buena aproximación de la distribución de los estimadores (Efron, 1981; Diaconis y Efron, 1983; Lunneborg, 1987) lo cual permitirá describir algunas de sus propiedades muestrales, así como el cálculo de intervalos de confianza y la realización de contrastes de hipótesis.

Al construirse empíricamente la distribución del estimador sobre la base de todas las características de la distribución original de los datos, incluyendo aquellos factores considerados como contaminantes (colas pesadas, outliers, etc.), el enfoque Bootstrap está especialmente indicado en los casos en que los datos no siguen una distribución normal; hecho, que es común a la mayor parte

de las medidas utilizadas habitualmente en las ciencias del comportamiento (Micceri, 1989).

El procedimiento Bootstrap es útil para la descripción de la distribución muestral de aquellos estimadores con propiedades muestrales desconocidas o difícilmente obtenibles por medios analíticos. Por ejemplo, el Bootstrap ha resultado efectivo en la estimación de la variabilidad de los coeficientes de estructura en el contexto del análisis discriminante (Dalglish, 1994; Ramírez, 1996), o de la variabilidad de los valores propios, la estabilidad de los pesos factoriales y del coeficiente de congruencia dentro del análisis factorial (Chatterjee, 1984; Scott *et al.* 1989; Thompson, 1988 y Chan *et al.* 1999); también ha sido utilizado para medir la estabilidad del índice de sesgo (Harris y Kolen, 1989), o la distribución del coeficiente alpha (Yuan *et al.* 2003) en teoría de test, o para evaluar diferentes índices de ajuste en el marco de los modelos de estructuras de covarianza (Bollen y Stine, 1993; Yung y Bentler, 1994). Además de sus aplicaciones inferenciales, el Bootstrap se ha contemplado como una herramienta útil para describir la estabilidad y replicabilidad de los resultados estadísticos (Thompson, 1995).

El bootstrapping descansa en la analogía entre la muestra y la población de la cual la ella es extraída. De acuerdo a Efron y Tibshirani (1986) dada una muestra con n observaciones, el estimador no paramétrico de máxima verosimilitud de la distribución poblacional es la función de densidad de probabilidad que asigna una masa de probabilidad de $1/n$ a cada una de las observaciones. La idea central es que muchas veces puede ser mejor extraer

conclusiones sobre las características de la población estrictamente a partir de la muestra que se maneja, que haciendo asunciones quizás poco realistas sobre la población.

La justificación teórica está basada en dos consideraciones: 1 La función de distribución empírica, $\hat{F}(\theta)$ estima a la función de distribución verdadera, $F(\theta)$ y el teorema de Glivenko-Cantelli que muestra que $\hat{F}(\theta)$ converge en probabilidades con $F(\theta)$ (Bickel y Freedman, 1981). Intuitivamente, cuando se incrementa el tamaño de la muestra, ésta contiene mayor información acerca de la población, para $n = N$, $\hat{F}(\theta) = F(\theta)$ 2. La propiedad de consistencia permite a la distribución muestral bootstrapping $\hat{F}^*(\hat{\theta}^*)$ aproximar a $\hat{F}(\theta)$ de una muestra dada, cuando el número de remuestreos B es grande y permite aproximar $\hat{F}(\theta) = F(\theta)$. Bajo tales condiciones, y cuando el número de remuestreo B , es suficientemente grande, Babu y Singh (1983) demuestran que $\hat{F}^*\left(\hat{\theta}^*\right) = F(\theta)$.

El procedimiento del método Bootstrap.

Efron (1979), Hinkley (1988), y Efron y Tibshirani (1993) describen los pasos básicos de la estimación Bootstrap.

1. Se construye una distribución de probabilidad $\hat{F}(\theta)$ empírica, a partir de la muestra disponible, asignando probabilidad de $\frac{1}{n}$ a cada punto, $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$. Esta función de distribución empírica (FDE) de θ constituye el estimador no paramétrico de máxima verosimilitud de la función de distribución, $F(\theta)$.
2. Partiendo de $\hat{F}(\theta)$ se extrae una muestra aleatoria simple con reemplazo de tamaño n .
3. A partir de la muestra obtenida en el paso 2, se calcula el estadístico de interés, $\hat{\theta}$, dando $\hat{\theta}_b^*$.
4. Se repiten B veces los pasos 2 y 3. La magnitud de B depende en la práctica de las pruebas a los datos. En general, B varía entre 50 a 200 para estimar el error estándar de $\hat{\theta}_b^*$ y es mayor que 1000 para estimar intervalos de confianza alrededor de $\hat{\theta}$ o si el parámetro es un percentil extremo de la distribución.
5. Se construye una distribución de probabilidad $\hat{\theta}_b^*$ a partir de los B , asignando una probabilidad a cada punto $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*$. Esta distribución es la estimación Bootstrap de la distribución muestral de $\hat{\theta}$ y

puede usarse para hacer inferencias sobre θ . El estimador Bootstrap del parámetro θ se define como los valores de los estadísticos calculados en B muestras Bootstrap y su expresiones son:

Media Bootstrap

$$\bar{\theta}_{BOOT} = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B \hat{\theta}_i$$

Varianza Bootstrap

$$S^2_{BOOT} = \frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (\hat{\theta}_i - \bar{\theta}_i)^2$$

Desviación estándar Bootstrap

$$S_{BOOT} = \sqrt{\left[\frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (\hat{\theta}_i - \bar{\theta}_i)^2 \right]}$$

Coefficiente de variación Bootstrap

$$CV_{BOOT} = \frac{S_{BOOT}}{\bar{\theta}_{BOOT}} * 100$$

Una vez calculada $\hat{F}(\theta)$ a partir de las muestras Bootstrap se procede a calcular el error estándar, el sesgo y los intervalos de confianza.

Un objetivo común en la investigación es realizar inferencias probabilistas respecto a algún aspecto de interés de la población objeto de estudio. La Estadística inferencial se ha ocupado de este problema estudiando cómo a partir de la información limitada que facilita un estimador, obtenido en una muestra aleatoria, se puede hacer afirmaciones, de tipo probabilístico, respecto al parámetro desconocido θ .

En la construcción de la inferencia estadística ocupa un papel central el reconocimiento de los estadísticos (estimadores) como variables aleatorias, y por lo tanto sometidas a fluctuaciones muestrales, lo cual conduce a uno de los elementos claves de la teoría estadística inferencial: la distribución muestral de

un estadístico. Dada esa variabilidad que presentan los estimadores una de las preocupaciones del analista será la exactitud con la que las estimaciones captan al parámetro. La determinación de la exactitud de las estimaciones descansa sobre el cálculo del error típico del estadístico (desviación típica de su distribución muestral).

La Estadística paramétrica ha abordado esta problemática apoyándose en asunciones restrictivas respecto a las distribuciones de las variables aleatorias (por ejemplo normalidad e independencia) lo cual allanaba el camino pues permitía la derivación analítica de las distribuciones muestrales de los estadísticos y el cálculo de los parámetros que las caracterizan. Esta forma de trabajo ha demostrado ser una excelente estrategia cuando las asunciones impuestas son adecuadas al tipo de datos que se generan en la disciplina en la que se va a emplear el modelo estadístico. Sin embargo, cuando los supuestos en que estos métodos se basan no concuerdan con los datos los resultados obtenidos con ellos son, lógicamente, menos de fiar. No son pocos los autores que ponen en duda que el cumplimiento de estas asunciones distribucionales sea tan frecuente como parecería deducirse del generalizado uso de las técnicas paramétricas. Hinkley y Winstead (1990) justifican la persistencia en la utilización de la distribución normal en las ventajas computacionales que proporcionaba antes de la irrupción de los ordenadores. Solanas y Sierra (1992), muy acertadamente, apuntan que la práctica habitual ha sido obviar el análisis de los supuestos y utilizar las técnicas estadísticas sin considerar la adecuación o no de las mismas. Por otro lado, aun cuando las asunciones

distribucionales sean admisibles la obtención del error típico, en contra de lo que podría parecer, no es posible para todos los estimadores.

Frente al enfoque tradicional han sido desarrollados, o más bien puestos de actualidad, una serie de métodos basados en cálculos intensivos por medio de ordenadores destinados a obtener medidas de la precisión de las estimaciones (errores típicos, sesgo e intervalos de confianza). Entre tales métodos encontramos el denominado Bootstrap. El nombre de Bootstrap ha sido traducido por "autodocimasia" o "docimasia" por Enrique Cansado -citado en Diaconis y Efron, 1983- en la introducción del libro de Cramer "Métodos Matemáticos en Estadística".

Lunneborg (1987) fija la utilidad del método Bootstrap a tres niveles:

- 1) Valorar el sesgo y el error muestral de un estadístico calculado a partir de una muestra.
- 2) Establecer un intervalo de confianza para un parámetro estimado.
- 3) Realizar una prueba de hipótesis respecto a uno o más parámetros poblacionales.

El método Bootstrap no pretende ser un sustituto de las técnicas estadísticas tradicionales, de la misma manera que las pruebas no paramétricas clásicas no pretenden ser sustitutas universales de las pruebas paramétricas. Este nuevo tipo de técnicas están pensadas para situaciones donde las pruebas inferenciales no tienen posibilidades, pues como ya ha sido comentado con anterioridad cuando las condiciones de aplicación de estas son las correctas su funcionamiento supera al de las posibles alternativas.

Una buena parte del crédito que se le dé a las técnicas Bootstrap dependerá de la confianza otorgada al supuesto fundamental en que se basa y que Lunneborg (1983) enuncia claramente:

"La presunción del Bootstrap es que la distribución muestral de las variables que se están estudiando y la distribución muestral encontrada mediante este proceso iterativo son esencialmente idénticas"

Aun admitiendo este principio es conocido que una muestra, incluso cuando se emplean técnicas adecuadas de muestreo, puede presentar ciertas peculiaridades debido a las fluctuaciones muestrales. Si se extraen múltiples muestras de una población, esas peculiaridades se anulan (como ocurre en la simulación Monte Carlo), pero en el Bootstrap al remuestrear constantemente a partir de la misma muestra original se corre el riesgo de perpetuar esas peculiaridades y que la distribución muestral construida esté distorsionada (Fan, 1994).

La aplicación que de este tipo de técnica se vaya haciendo en los próximos años deberá ir aportando información sobre el grado en que es sostenible esta asunción de partida del bootstrapping y bajo qué circunstancias su funcionamiento es el óptimo (tipo de estadístico, tamaño de muestra, número de remuestras).

El método Intensivo por Ordenador Bootstrap creado por Efron (1979) requiere de la utilización de ordenadores potentes para lograr programar un algoritmo práctico que permite correr datos y almacenar muestras ficticias, las que serán

utilizadas para el procesamiento estadístico. En las bibliografías consultadas no aparecen orientaciones específicas sobre la creación de un algoritmo que pueda ser utilizado para la programación en un lenguaje de computo y lo mismo ocurre con la mayoría de los paquetes estadísticos consultados: SAS, Stagraphics Plus, SPSS, y Statistics. Esta aplicación aparece en el paquete estadístico InfoStat en su versión 2008. En los trabajos de Efron (1979a, 1980, 1981, 1982), Efron y Tibshirani (1985, 1986, 1993) y Efron y Gong (1983), se hace referencia al proceder del método.

II.6.1 Aplicaciones del método Bootstrap.

Se revisaron 125 artículos de aplicación del método Bootstrap de los cuales se seleccionaron los siguientes:

Tabla II. 1 Aplicaciones del método Bootstrap.

Autor	Aplicación
Abad y Quilis (1998)	Utilizan el método de remuestreo Bootstrap de bloques solapados con el fin de examinar algunas propiedades del ciclo de una serie temporal, caracterizado a través de la identificación de sus puntos de giro mediante el procedimiento de Abad y Quilis, de esta manera, será posible establecer intervalos de confianza para las estimaciones y describir de forma más precisa los rasgos principales del ciclo.
Álvarez (2000)	Hace la estimación de índices de capacidad de procesos a través del método Bootstrap utilizando un software estadístico propio, y al mismo tiempo, estudia el desempeño de dicha técnica, estima intervalos de confianza para tres de los índices de capacidad más usados en la industria: Cp, Cpk y Cpm.

Pino (2000)	<p>Estima la producción porcina midiendo los indicadores, peso al destete y peso final en libras, y la producción bovina midiendo el pesaje de la leche, calculó los parámetros media, varianza, desviación estándar y coeficiente de variación para la población original y la población autodocimante. Para cada una de las muestras autodocimante se determinaron estas características numéricas; teniendo en cuenta los valores $B = 10\ 000$ y $B = 100\ 000$, para tamaño de muestra (n) de 10 y 20, repitiéndose los experimentos 25 y 50 veces para cada caso, con el objetivo de analizar las distribuciones muestrales de la media y estudiar el comportamiento de sus estadígrafos.</p>
Méndez et.al. (2001)	<p>Investigan mediante simulación si el método Bootstrap, como técnica de remuestreo, es adecuado o no para el objetivo de Auditoría. Para ello comparan el comportamiento del estimador ratio-bootstrap con el estimador clásico del ratio y la cota de Stringer, trabajando con poblaciones contables simuladas con diversas tasas de error, teniendo como base que uno de los objetivos de la Auditoría es estimar o acotar el error monetario presente en una población contable. Las poblaciones contables se caracterizan, en general, por una baja tasa de error y una alta asimetría, por lo que los métodos clásicos basados en la aproximación normal no resultan adecuados. Como alternativa a éstos se destacan el muestreo de unidades monetarias (DUS), las técnicas bayesianas y más recientemente las técnicas de remuestreo.</p>
	<p>Diseñan una técnica no paramétrica de Bootstrap sobre el estadístico de razón de verosimilitud, en un modelo Beta- Binomial, para probar la no- preferencia en experimentos con dos opciones. Mediante el método Bootstrap se estima la distribución muestral</p>

<p>Reyes y Ramírez (2002)</p>	<p>$\left[\hat{F}(\hat{\delta}) \right]$, bajo H_0. Finalmente, para probar la hipótesis de no preferencia $\left[H_0 : \pi = \frac{1}{2} \right]$ con un nivel de significación (α) determinado, se rechaza H_0 si $\hat{\delta} = -2 \ln \hat{\lambda} > q_{(1-\alpha)}$, donde $q_{(1-\alpha)}$ es el percentil Bootstrap $(1-\alpha) \times 100$. Se concluye que la técnica Bootstrap permite obtener una aproximación a la distribución del estadístico de razón de verosimilitud, usando el modelo Beta-Binomial, cuando el experimento involucra variables dicotómicas y los datos son afectados por sobredispersión.</p>
<p>Álvarez (2003)</p>	<p>Analiza cómo realizar contrastes no paramétricos de bondad de ajuste de la distribución de la renta, utilizando el estadístico de contraste de Cramér-von Mises y permitiendo que la distribución postulada bajo la hipótesis nula pueda depender de un vector de parámetros desconocidos. En este caso, el estadístico de contraste se construye sustituyendo por una estimación. Se describe una implementación Bootstrap de este tipo de contraste y se ilustra con datos correspondientes a España (Encuesta de Presupuestos Familiares de 1990/91) y a Italia ("Survey of Households' Income and Wealth").</p>
<p>Gutiérrez del Campo (2003)</p>	<p>Examina la existencia de desigualdad de ingresos entre Ingenieros Comerciales de la Universidad de Chile asociado a diferencias en el origen socioeconómico de los individuos. Se realiza el estudio de este posible foco de discriminación haciendo uso de modelos econométricos tradicionales (Probit Ordenado, M.C.O.), para luego realizar una medición de ésta a través de la metodología de Oaxaca-Ramson. Por medio de Bootstrap se pretende corroborar la significación estadística de dicho efecto.</p>
	<p>Proponen el método Bootstrap para estudiar la calidad de las</p>

<p>Demey et al. (2004)</p>	<p>estimaciones de la media a través de los errores estándar, los sesgos e intervalos de confianza, y determinar el tamaño óptimo de muestra usando un muestreo piloto, en experimentos biotecnológicos que involucran el estudio de la dinámica de células en suspensión. Se utilizaron las variables peso seco (mg/ml) y número total de células/ml de los cultivares B6749 y V64-10 de caña de azúcar (<i>Saccharum</i> spp.). El tamaño de muestra óptimo se calculó a partir del mínimo relativo o punto de máxima curvatura de la función generada entre los errores estándar Bootstrap. Se encontraron reducciones en más del 50% del tamaño de la muestra cuando estos resultados son comparados con los métodos clásicos utilizados para el cálculo del tamaño de muestra.</p>
<p>López Jáuregui y Elosua Oliden (2004)</p>	<p>Mediante la aplicación del enfoque Bootstrap obtienen estimaciones de medidas de precisión así como la realización de contrastes de hipótesis en aquellas situaciones en las que no se dispone de información acerca de la distribución muestral de un estadístico o en casos en los que la distribución muestral es dependiente de parámetros desconocidos. Este es el caso del coeficiente de determinación, el índice de evaluación más generalizado en el contexto empírico, utilizado para evaluar el ajuste del modelo lineal de regresión. Tienen como objetivo la exploración de la bondad de este procedimiento en la estimación del error de medida de R^2 así como en la determinación de los intervalos de confianza, mediante el método percentil y el método Bca. Este análisis se lleva a cabo mediante una simulación Monte Carlo.</p>
<p>Millares y Millares (2004)</p>	<p>Presentan un estudio que consiste en analizar, para un grupo de fondos de inversión de renta variable nacional, si la frecuencia de observación produce cambios en la detección de habilidades de <i>timing</i> por parte de los gestores profesionales de carteras, aplicando un procedimiento robusto de contrastación basado en el</p>

	método Bootstrap.
Alejo (2006)	Interpreta los cambios en la desigualdad salarial en el Gran Buenos Aires para el periodo 1995–2003. La metodología utilizada está basada en microdescomposiciones al estilo de Jhun, Murphy y Pearse (1993) pero basando la estimación de los parámetros en la técnica de regresión por cuantiles. En forma complementaria se realiza un ejercicio de Bootstrap para calcular intervalos de confianza de las estimaciones de la microdescomposición.
Álvarez y Olave (2006)	Presentan el método Bootstrap como una alternativa para construir intervalos de predicción en series temporales cuando las hipótesis usuales de los métodos clásicos no son sostenidas por los datos, o cuando el tamaño de muestra no es suficientemente elevado para garantizar los resultados asintóticos que dichos métodos ofrecen.
Arranz Cuesta (2006)	Analiza los problemas que la presencia de observaciones atípicas y cambios estructurales plantean para la contrastación de raíces unitarias y cointegración en las series temporales. En el caso de observaciones atípicas aditivas la solución propuesta es la aplicación de los contrastes al componente tendencial obtenido tras aplicar filtros de tipo pasa-baja combinado con el método Bootstrap. La solución a los problemas de cambios estructurales con algún tipo de co-ruptura parcial en variables cointegradas es la utilización de modelos ECM extendidos, también con Bootstrap. Si no hay cambios estructurales, sino sólo observaciones atípicas aditivas, se aplica Bootstrap a los componentes tendenciales. Este método se aplica a las series de tipo de cambio Finlandia-USA, objeto de controversia. Por último, se introduce un nuevo estimador de vectores de cointegración basado en variables instrumentales que mejora en gran medida las propiedades en muestras finitas del estimador MCO.
	Construyen un estimador no paramétrico de una función de

Cristóbal <i>et al.</i> (2006)	regresión cuando la variable respuesta, no observable, es el tiempo de espera entre dos eventos consecutivos de un proceso de renovación. Se aplica un procedimiento Bootstrap para obtener valores artificiales de la variable original, a partir de una muestra que está sesgada por longitud y censurada multiplicativamente.
Ferreira y Salas (2006)	Emplean el Bootstrap para construir bandas de confianza a la senda del TCRE, mediante las cuales es posible determinar si las desalineaciones cambiarias encontradas son o no estadísticamente significativas. Asimismo, se modelan posibles quiebres estructurales en la relación de largo plazo del TCRE con sus fundamentos. Con el uso de datos trimestrales para el periodo 1980-I a 2005-III, se halla que el comportamiento de largo plazo del TCRE en el Perú es explicado por los siguientes fundamentos: pasivos externos netos, términos de intercambio y, de manera menos concluyente, gasto del gobierno y grado de apertura. Además, la productividad relativa entre los sectores transable y no transable, tanto en términos domésticos como en relación a los socios comerciales, solo aparece como fundamento relevante del TCRE aproximadamente a partir de comienzos de la década de los noventa. Por último, se encuentran indicios de algunos episodios de desalineaciones cambiarias estadísticamente significativas durante el periodo de estudio.
Orbe Lizundia (2006)	Obtiene un modelo de regresión parcial censurado para análisis de supervivencia, el estudio de las propiedades de los estimadores se realiza utilizando el remuestreo Bootstrap, para lo cual proponen un método de remuestreo adecuado al modelo. Posteriormente, se realiza un análisis mediante simulaciones del método de estimación propuesto, estudiando el efecto sobre la estimación provocado por el nivel de censura y por último, se realiza una comparación entre la metodología clásica de Cox y la desarrollada por Stütte.
	Hacen la presentación de procedimientos para comparar vectores

<p>Juárez <i>et al.</i> (2007)</p>	<p>de medias alternativos a los métodos clásicos basados en el supuesto de normalidad multivariada. Desarrollan pruebas basadas en el paradigma del cómputo intensivo (Bootstrap y pruebas aleatorizadas), así como un procedimiento de verosimilitud empírica para la construcción de regiones de confianza para vectores de medias. Se ilustran estos procedimientos con un problema en el que interesa comparar dos grupos de árboles de manglar en el humedal de Alvarado Veracruz, México.</p>
<p>Ledesma (2007)</p>	<p>Presenta un programa desarrollado dentro del sistema estadístico ViSta que permite calcular intervalos de confianza basados en el enfoque clásico y mediante el método Bootstrap. Espera promover la inclusión de intervalos de confianza para medidas de fiabilidad, facilitando el acceso a las herramientas necesarias para su aplicación.</p>

De los 125 artículos revisados sólo uno aborda la temática forestal y en el mismo se construyen regiones de confianza para vectores de medias (Juárez *et al.* 2007). Este resumen confirma, la poca aplicación de la metodología Bootstrap en las investigaciones forestales, por lo que se hace necesario continuar desarrollándola y aplicándola en el campo de las Ciencias Naturales. De todo lo anteriormente planteado se deduce que el Bootstrap, es una técnica estadística poderosa, que utilizando la teoría de las probabilidades permite realizar inferencias sobre los parámetros de la población. A través de la simulación, se genera empíricamente una distribución completa de un estadístico. A pesar de su poder, el Bootstrap ha sido poco utilizado en investigaciones científicas en el país; debido al insuficiente conocimiento de esta técnica en Cuba. El propósito de esta tesis es ofrecer los aspectos teóricos

sobre el Método Intensivo por Ordenador Bootstrap para la estimación de parámetros poblacionales y su uso en investigaciones forestales.

II.7 Modelación Matemática.

Los avances de la Matemática y la Cibernética han facilitado que la modelación matemática adquiera un carácter científico siendo utilizada en diferentes esferas de la actividad cognoscitiva, posibilitando la profundización del conocimiento y convirtiéndose en una herramienta para la toma de decisiones.

Según Cailliez (1980), con el desarrollo de las computadoras ha disminuido el inconveniente de los cálculos mediante el análisis de regresión.

En ciencias aplicadas, un Modelo Matemático es uno de los tipos de modelos científicos que emplea algún tipo de formulismo matemático para expresar relaciones, proposiciones sustantivas de hechos, variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables y/o entidades u operaciones, para estudiar comportamientos de sistemas complejos ante situaciones difíciles de observar en la realidad.

La rama de la Matemática que se encarga de estudiar sistemáticamente las propiedades de los modelos es la teoría de modelos (Wikipedia, 2010).

Buslenko (1988), Ambrosano *et al.* (1990), Torres (1995), Wand y Weber (1997), France y Thornley (1996) y Brown y Rothery (1997), presentan definiciones de modelación matemática. La definición propuesta por Buslenko (1988) plantea: *"es la descripción abstracta y formal del objeto cuyo estudio es*

posible por medio de modelos matemáticos", es considerada más simple y precisa.

El modelo matemático es un sistema cerrado de ecuaciones, escritas de forma explícita o implícita (Ursul *et al.* 1981, Buslenko, 1988, Vichnevetsky, 1995 y Brown y Rothery, 1997). Este sistema debe reflejar la esencia de los fenómenos que surgen en el objeto de modelación, y con ayuda de los métodos de cálculo, permitir el pronóstico del comportamiento del objeto, al menos con relación a ciertos factores de interés.

En los trabajos de Ambrosano *et al.* (1990), Danfaer (1990) y Addiscott (1993), los modelos matemáticos son calificados como estáticos o dinámicos y estocásticos o determinísticos.

Los modelos estáticos no contienen el tiempo como una variable y por lo tanto, no pueden describir el comportamiento del sistema en momentos diferentes, mientras que los dinámicos si consideran el tiempo como variable y permiten simular los constantes cambios que ocurren en los procesos modelados. En los modelos estocásticos, se consideran las distribuciones de probabilidad de los procesos que intervienen en el objeto de la modelación y en los determinísticos, sólo se pueden emitir predicciones cuantitativas con valores definidos previamente.

Ursul *et al.* (1981) realiza una clasificación de la modelación, donde se plantea que en dependencia de las leyes a las cuales se someten los objetos modelados, la modelación puede dividirse en tres tipos.

1 Modelación de objetos sometidos a rígidas leyes deterministas.

- 2 Modelación de objetos que están sometidos a leyes estadísticas.
- 3 Modelación de objetos que no están sometidos a ninguna ley, situaciones indeterminadas.

Las diferencias entre estos tipos de modelación se manifiestan con mayor precisión en las herramientas de la matemática utilizadas por ellos. El primer tipo de modelación utiliza exitosamente los métodos de la teoría de las ecuaciones diferenciales; en el segundo, las ecuaciones diferenciales no “funcionan” por lo que es necesario apelar al método de las probabilidades. En el tercer tipo, se combinan múltiples herramientas de la matemática, siendo la teoría de los juegos lo que mejor refleja este tipo de modelación.

El desarrollo de modelos matemáticos para ser utilizados en los sistemas biológicos envuelve dos etapas fundamentales: el ajuste de las relaciones funcionales que los forman y la prueba de estas relaciones con los datos reales (Baker y Curry, 1976; Spedding y Brockington, 1976)

Los modelos matemáticos de acuerdo al tipo de ecuaciones que contienen pueden ser empíricos o teóricos (Menner, 1995 y Brown y Rothery, 1997). Los modelos de ecuaciones empíricas son desarrollados mediante métodos estadísticos, con el objetivo de describir conjuntos de datos experimentales. Los modelos teóricos, están basados en ecuaciones o conceptos sobre la naturaleza fundamental del sistema, como bien se ha planteado por varios investigadores (Passioura, 1993; Quiroz *et al.* 1995). El ajuste del modelo, es la actividad donde los investigadores incorporan sus conocimientos al sistema bajo estudio (animales, suelo, nutrientes y otros)

Se señala por Harrison (1987) y Brown y Rothery (1997) que la selección del modelo depende en gran medida del objetivo que se persigue y las características de los datos, ya que no todos los modelos brindan la misma información. Los mismos investigadores indican que el uso y la selección del modelo está sujeto y limitado a tres aspectos:

1. Interpretación matemática- biológica de los parámetros en el contexto del fenómeno de estudio.
2. Bondad de ajuste del modelo.
3. Posibilidades de cómputo del modelo.

Cuando se requiere obtener un modelo para explicar el comportamiento de un fenómeno biológico, es recomendable indagar previamente cuáles modelos empíricos han sido utilizados con éxito en investigaciones del fenómeno en particular o en otros fenómenos de naturaleza similar. Además, siempre que sea posible debe profundizarse en el significado biológico de los parámetros de aquellos modelos que sean evaluados, en dependencia del objeto que se plantea (Liski, 1987; Wallach y Goffinet, 1987; Menchaca, 1991 y Addiscott, 1993).

Goelz y Burk (1992) describen las características que deben cumplir los modelos empleados para construir curvas de calidad de estación, algunas de las cuales pueden generalizarse a todos los modelos de crecimiento. Las principales tienen las características siguientes:

- 1) Existencia de un punto de inflexión.
- 2) Existencia de una asíntota horizontal.

- 3) Comportamiento lógico: Los modelos no deben permitir valores anormales desde el punto de vista biológico.
- 4) Base biológica: la forma de la ecuación debe derivarse del conocimiento teórico que se tenga del crecimiento de la variable independiente analizada.

Al incorporar esta base teórica en el desarrollo de la ecuación se consigue, además, que su ajuste a cualquier conjunto de datos resulte más exacto (Pinenaar y Turnbull, 1973). Otra característica deseable de los modelos de crecimiento es la flexibilidad, entendida como la capacidad de ajuste con precisión a diferentes conjuntos de datos. La flexibilidad de un modelo ha sido frecuentemente asociada al número de parámetros del mismo. Sin embargo, Zeide (1993) argumenta que cualquier modelo cuyo número de parámetros coincida con el número de puntos de la muestra a ajustar, pasará a través de todos esos puntos, mostrando, por tanto, la máxima exactitud, aunque a expensas de perder la tendencia universalmente asumida de la curva sigmoide, por lo que el conocimiento real de las leyes que rigen los procesos del crecimiento es más importante a la hora de desarrollar el modelo, que su propia flexibilidad.

McCarl (1984) y Harrison (1987) señalan que la prueba del modelo representa la tarea más laboriosa, pero que resulta de gran importancia, ya que es el criterio de la validez o no de las estimaciones del modelo. Por ello, se recomienda conducir experimentos o utilizar información para comprobar si los

datos reales no difieren de forma significativa de las estimaciones, así como utilizar la validación del modelo.

En la literatura consultada se proponen y aplican varios criterios estadísticos como norma para la selección del modelo de mejor ajuste (Chambers, 1973, Helland, 1987 y Draper y Smith, 1996), sin embargo se advierte como deficiencia que estos criterios propuestos indistintamente por los diferentes autores y, en publicaciones, no se establece un orden de prioridad o fortaleza para la utilización de los mismos.

Más recientemente Guerra *et al.* (2003), para modelos estadísticos y Torres y Ortiz (2005), para modelos no lineales, definen los criterios estadísticos de la bondad de ajuste para los modelos.

En la actividad forestal un modelo es una forma de caracterizar un sistema. Esta abstracción y simplificación de un proceso que permite su estudio y análisis (Prodan *et al.* 1997). Curtis (1972) citado por Prodan *et al.* (1997) señalan que un modelo de crecimiento y rendimiento debe proporcionar estimaciones del desarrollo y su rendimiento potencial para cualesquiera intervenciones.

Husch *et al.* (1982) citado por Prodan *et al.* (1997) plantean que un modelo de crecimiento y rendimiento, cualquiera sea su estado de evolución, entrega las características del bosque coetáneo a las diferentes edades dependiendo de las intervenciones silvícolas y del índice de sitio en el que el bosque esté creciendo.

El crecimiento de un árbol o de una masa boscosa está representado por su desarrollo, es decir por el aumento en sus dimensiones altura, diámetro, área basal y volumen (De la Fuente *et al.* 1998). Este crecimiento en un periodo determinado se denomina incremento y representa un aumento en la cantidad de tejido acumulado de floema y xilema en forma de corteza y madera respectivamente (Husch, 1963, Prodan, 1968 y Keplac, 1983 citado por De la Fuente *et al.* 1998).

Para modelar el crecimiento de árboles y masas forestales, en la actualidad se consideran dos métodos de construcción: los modelos de proceso y los empíricos. Los primeros simulan los procesos biológicos mediante los cuales se elabora la biomasa del organismo y los segundos están basados en la experiencia. El crecimiento es considerado como la respuesta de un sistema complejo, sobre el que actúa un gran número de variables, pero pocas de ellas se consideran; frecuentemente sólo la edad se considera para el modelaje (Ramírez y Zepeda, 1994).

Los modelos de crecimiento y de rendimiento constituyen una herramienta de gran valor para la planificación de las actividades de manejo forestal. El concepto básico del bosque o de una plantación forestal comercial, como fuentes continuas de productos forestales, descansa en la capacidad que se tiene para crecer. Los bosques o plantaciones usualmente son manejados para obtener un rendimiento sostenido de productos. Un rendimiento sostenido requiere un nivel de producción constante para una intensidad de manejo particular, lo cual implica que el crecimiento del bosque o plantación debe ser

estimado y balanceado con la cosecha. De esta manera el rendimiento sostenido se refiere al rendimiento potencial del bosque o plantaciones (Ramírez y Zepeda, 1994).

Cualquier planeación de la producción forestal debe involucrar la predicción del rendimiento futuro. Las empresas forestales deben saber cuales son los pronósticos de rendimientos futuros esperados en sus áreas forestales, con el fin de planear la producción de plantas y examinar las posibilidades de expansión (Meyer *et al.* 1961).

Los modelos de crecimiento son cruciales para la planificación del manejo forestal a cualquier nivel dentro del cual, proyectar el incremento y rendimiento de los rodales individuales es un prerrequisito (Madrigal *et al.* 2004).

En general, estos modelos se elaboran para efectuar estimaciones confiables del crecimiento y del rendimiento a largo plazo; para generar la información necesaria que permita mantener las cosechas dentro de la capacidad sustentable de los rodales. Además, se utilizan para comparar alternativas de manejo que permitan analizar las mejores opciones de uso de la tierra; para determinar la edad óptima de cosecha, la programación de las cortas intermedias, la estimación de la producción anual, periódica o total durante el período de rotación y las clases de productos a obtener. También, son de interés para realizar análisis financieros, para explorar opciones de manejo y alternativas silvícolas; para examinar los impactos del manejo forestal y de la cosecha sobre otros valores del bosque; y, para determinar un régimen de

manejo que maximice el volumen maderable o el valor de la producción (Klepac, 1983).

Alder (1980) describió diversos métodos para el estudio del crecimiento y la predicción de rendimiento en un manual de procedimientos prácticos en el que se muestran los métodos estadísticos y matemáticos para la construcción de modelos de crecimiento.

Winston y Demaerschalk (1981) discutieron brevemente la aplicación de modelos lineales y no lineales para curvas de crecimiento en el bosque. En particular cuatro modelos lineales y dos no lineales (Chapman- Richards y la función Weibull)

Un modelo matemático es una ecuación o un conjunto de ecuaciones las cuales representan el comportamiento de un sistema, en el cual existe una correspondencia entre las variables de los modelos y las cantidades observadas (Thornley y France, 2004). Las funciones de crecimiento han sido usadas por muchos años en la biología, usualmente para proveer un resumen matemático del curso de los datos en el tiempo. El término de función de crecimiento generalmente usado para denotar una función analítica, puede ser escrita bajo una ecuación simple.

Los modelos para estimar la capacidad productiva de los terrenos forestales, son algunas de las herramientas sobresalientes, ya que pueden ser utilizadas en el diseño de regímenes silvícolas biológicamente posibles, así como predecir el incremento, rendimiento de árboles o masas forestales (Madrigal y Ramírez, 1995).

Clutter *et al.* (1983) plantean que hoy en día muchos sistemas de predicción son expresados como ecuaciones en lugar de tablas.

Los modelos de incremento y rendimiento son una continuación de las tablas de producción (Vanclay, 1994) y existen bastantes técnicas disponibles para modelar el crecimiento en volumen, área basal, densidad y otros. La clasificación de los modelos se realiza desde la perspectiva del parámetro a modelar en escalas espaciales, con árboles individuales, grupo de árboles, hasta rodales completos (Clutter *et al.* 1983, Vanclay, 1994 y Peng, 2000).

Los modelos a nivel de grupo de árboles o de árboles individuales generalmente proporcionan información de grupo o de cada árbol dentro de un rodal (Shugart, 1984, Wykoff, 1986 y Vanclay, 1994).

Los modelos a nivel de rodal requieren parámetros como área basal, densidad, volumen o incrementos en volumen, en área basal, así como cualquier otro parámetro con dimensiones por unidad de superficie. Estos modelos han sido probados exitosamente en bosques de coníferas de la Sierra Madre Occidental del Norte de México (Aguirre- Bravo, 1987; Zepeda- Bautista y Domínguez- Pereda, 1998).

El ajuste de distribuciones diamétricas mediante funciones de probabilidad es atractivo, si es posible predecir o recuperar los parámetros a partir de un conjunto de variables del rodal relacionadas con dicha distribución, como por ejemplo, el diámetro promedio del rodal, la altura, el índice de sitio o la edad (Torres *et al.* 2000).

Los modelos forestales son abstracciones de la dinámica de los bosques basados en relaciones funcionales entre la magnitud del crecimiento y los factores o variables que explican dicho crecimiento. Estos modelos se refieren a un sistema de ecuaciones que predicen el crecimiento y rendimiento de un rodal bajo una variedad de condiciones (Davis y Johnson, 1987) y constituyen una herramienta para la planificación de las actividades de manejo.

En Cuba el modelo matemático no lineal utilizado en los estudios de crecimiento y rendimiento ha sido el modelo de Schumacher en su forma lineal (Montalvo *et al.* 1991)

La definición de las funciones matemáticas que representan adecuadamente el crecimiento en diámetro y en general el crecimiento de los árboles, no es un proceso automático, ya que requiere del ensayo de varios modelos y métodos de ajuste, a fin de encontrar aquellos que mejor reflejen el conjunto de datos considerados para cada caso particular.

III. *MATERIALES* *Y* *METODOS*

III. MATERIALES Y METODOS

III. 1 Características del área de estudio

La Empresa Forestal Integral (EFI) Baracoa está ubicada al Norte de la región más oriental de la República de Cuba, en la provincia de Guantánamo, comprendida en el municipio Baracoa (figura III.1)

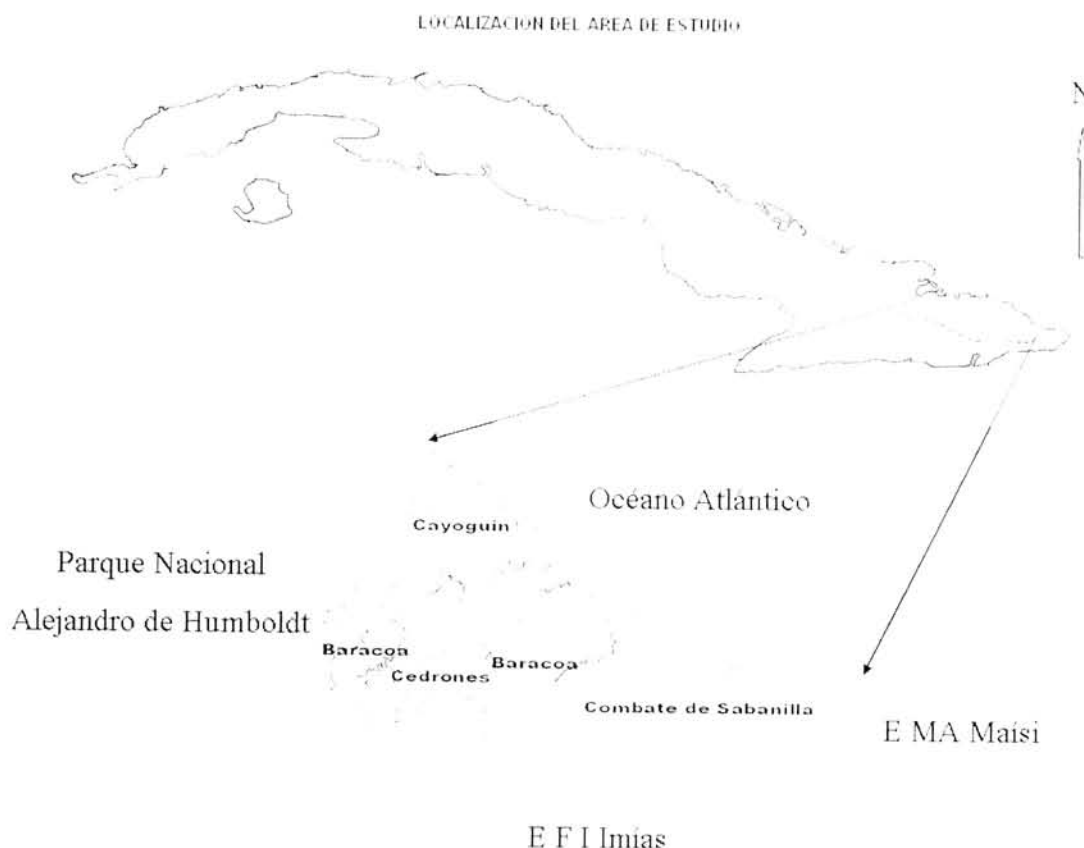


Figura III.1 Ubicación del área de estudio

Fuente: Autor

Las unidades silvícolas comprendidas en el estudio donde se desarrollan plantaciones de *Pinus cubensis* Griseb fueron "Baracoa", "Cayo Güin" y "Combate de Sabanilla", con una superficie de 12750,9 ha, 6172,2 ha y 7212,8 ha

respectivamente, con plantaciones establecidas de la especie de 481,1 ha, 142,7 ha y 1092,3 ha.

Condiciones edáfico-climáticas de la Empresa Forestal Integral Baracoa (Rodríguez *et al.* 2008).

Tabla III. 1 Precipitación promedio por meses.

Meses	Precipitación (mm.)
Enero	82,0
Febrero	77,0
Marzo	43,0
Abril	96,9
Mayo	188,3
Junio	120,5
Julio	26,9
Agosto	48,3
Septiembre	122,1
Octubre	148,6
Noviembre	121,9
Diciembre	98,8
Anual	1174,3

Temperatura.

La media de las temperaturas para todo el territorio es de 26.8 °C, el mes más frío es febrero (24,7 °C) y los más calientes julio y agosto (28,6 °C).

Humedad Relativa.

Este factor presenta la característica de que en las zonas elevadas son mayores que en las zonas llanas, el promedio anual es de 80% para todo el territorio de la empresa.

Velocidad y dirección de los vientos.

La dirección predominante de los vientos en el territorio de la EFI es Este y Noroeste, y su velocidad promedio anual es de 16,6 km/h; en los meses de julio y diciembre se presentan los vientos más fuertes con promedios hasta 20.5 km/h predominando en ellos la dirección Este.

Relieve y Suelos.

El territorio que abarca la Empresa Forestal Integral Baracoa se encuentra ubicado en la región natural del Este, una de las cinco en que se encuentra dividida la República de Cuba. Esta región es el territorio fisiográfico cubano donde las montañas son más altas y se caracteriza por presentar en un 25% de su territorio un relieve algo escarpado. La región del Este se divide en siete subregiones, pero debido a la situación del territorio de la EFI, sólo una de ellas tiene interés en el Grupo Orográfico de Sagua – Baracoa, haciendo énfasis en las Cuchillas del Toa; el origen de este grupo orográfico es todavía desconocido en parte, pero se cree que tales elevaciones fueron formadas por la erosión de una primitiva meseta, el resto más conocido es el Yunque de Baracoa. Las principales rocas de la región son las del período tías y también abundan las rocas calizas.

Los tipos de suelos son: Ferrítico Púrpura, Ferralítico Rojo, Ferralítico Amarillento, Fersialítico Rojo Parduzco, Fersialítico Pardo Rojizo, Pardo sin Carbonato, Esquelético

III.2 Descripción de la especie

Pinus cubensis Griseb es una especie de la familia *Pinaceae*, endémica de la región nororiental de Cuba. Se conoce, principalmente, con el nombre común de pino de Mayarí, pero los lugareños (campesinos de estos lugares) le llaman simplemente pino; o bien, pino de Mayarí, pino de Moa o pino de Baracoa. Por lo general, los árboles alcanzan hasta 35 m de altura y entre 50 - 60 cm de diámetro a 1,30 m del suelo, hojas de 2 agujas en fascículo, raramente 3; miden de 6 cm. a 15 cm de largo y 1 mm o algo más de grueso, son de color verde oscuro.

Las inflorescencias masculinas en amentos, los conitos (flores femeninas fecundadas) son subterminales, reflexos, con escamas mucronadas cuando jóvenes. Una vez desarrollados completamente miden entre 5 cm y 9 cm de largo, aunque puede haber algunos mayores; el diámetro de los conos que han alcanzado su total desarrollo es de 1,5 cm a 2,5 cm. La floración se produce durante los meses de febrero y marzo; los conos maduran de finales de julio a septiembre; en ocasiones, hasta principios de octubre del siguiente año; las semillas son aladas, de color carmelita claro (Betancourt, 1987).

III.3 Colecta de datos.

Se utilizó el mapa forestal 1: 25 000 para ubicar las Parcelas Permanentes de Muestreo, seleccionándose dos rodales en periodos de variabilidad diferente del ecosistema boscoso:

1. Clase de Edad II (momento en el cual la plantación quedó establecida y los árboles se encuentran en el proceso de crecimiento).
2. Clase de Edad IV (momento en el cual se estabiliza el crecimiento y se manifiesta una mayor homogeneidad del bosque).

Se establecieron cinco parcelas rectangulares de 0,05 hectárea en cada rodal mediante un muestreo aleatorio simple. En este espacio se midieron los diámetros y las alturas de todos los árboles y se calculó el volumen de cada árbol utilizando la fórmula de volumen de la Norma Ramal 595 (1982). Se sumaron estos volúmenes individuales y se obtuvo el volumen de cada parcela con lo que se infirió el volumen por hectárea.

Para la modelación matemática se midieron 532 parcelas en rodales entre 3 y 58 años de edad, empleándose parcelas de 0,05 hectáreas, tomándose los diámetros a 1,30 m del suelo de todos los árboles y se procedió a determinar el diámetro medio utilizándose la fórmula:

$$\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i$$

donde:

\bar{d} : diámetro medio

d_i : diámetro de cada árbol

n : número de observaciones

Para el levantamiento del área y toma de los datos dasométricos se utilizó la cinta métrica de 50 metros, la cinta diamétrica, la brújula, el hipsómetro de Suunto, GPS y el machete.

III.4 Análisis estadístico.

Se estudiaron cuatro tamaños de muestra preliminares, seleccionándose las parcelas 1 y 2 para el tamaño de muestra $n=2$, las parcelas 1, 2 y 3 para el tamaño de muestra $n=3$, las parcelas 1, 2, 3 y 4 para el tamaño de muestra $n=4$ y las parcelas 1, 2, 3, 4 y 5 para el tamaño de muestra $n=5$, a partir de los cuales

se determinaron los estadígrafos de posición (la media aritmética), de dispersión (la varianza, el coeficiente de variación y el error estándar) e intervalos de confianza del 95%, y posteriormente se calculó el tamaño de muestra teórico mediante la fórmula:

$$n = \frac{(t_{\alpha/2,gl})^2 (CV\%)^2}{(E\%)^2}$$

donde:

$t_{\alpha/2,gl}$: es un valor de t de Student con un nivel de confianza establecido $(1 - \alpha)$ y

$n - 1$ grados de libertad (gl)

CV%: coeficiente de variación estimado de la población por muestrear

E%: error máximo requerido en porcentaje a un nivel de confianza establecido $(1 - \alpha)$. Para este estudio se fija un valor constante del error máximo requerido del 15%,

Posteriormente se procedió con los diferentes tamaños de muestra a la aplicación del método Bootstrap, eligiéndose como magnitudes Bootstrap (B): 100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280 y 300, se estimaron los estadígrafos de posición y de dispersión Bootstrap, siguiendo el criterio de Efron (1979), Hinkley (1988), y Efron y Tibshirani (1993), autores que describen los pasos básicos de la estimación Bootstrap.

El tamaño de muestra óptimo se determinó a partir del mínimo relativo o punto de máxima curvatura de la función generada de los errores estándar Bootstrap, y del sesgo determinado por:

$$Sesgo_{BOOT} = \hat{\theta}^* - \hat{\theta}$$

donde:

$\hat{\theta}^*$: parámetro Bootstrap estimado

$\hat{\theta}$: parámetro poblacional estimado

y se calcularon los intervalos de confianza del 95%

Se graficó la función de distribución empírica a partir de la frecuencias relativas acumuladas y se obtuvo su expresión matemática para los tamaños de muestra y magnitudes Bootstrap seleccionado.

Se realizó la modelación matemática del diámetro medio ajustando veinticinco modelos reportados por Prodan *et al.* (1997) y Kiviste *et al.* (2002), seleccionándose los ocho modelos de mejor ajuste.

Tabla III. 2 Referencia y expresión matemática del modelo

Modelo	Expresión matemática del modelo
Gompertz	$y = ae^{-be^{-ct}}$
Hossfeld I	$y = \frac{t^2}{(a + bt + ct^2)}$
Hossfeld I (modificado)	$y = \frac{t^2}{(a + bt)^2}$
Hossfeld II	$y = \frac{t(a + bt^2)}{(c + t^3)}$
Logístico	$y = \frac{a}{(1 + be^{-ct})}$
Strand	$y = \left[\frac{t}{a + bt} \right]^3$
Terazaki	$y = e^{a - b/t}$
Yoschida I	$y = \frac{t^c}{a + bt^c} - d$

donde:

a, b, c y d: parámetros a estimar

t: tiempo o edad

Para el estudio de la bondad de ajuste de estos modelos se utilizaron los criterios estadísticos reportados por Podran *et al.* (1997), Kiviste *et al.* (2002), Guerra *et al.* (2003), Torres y Ortiz (2005).

- 1 Coeficiente de determinación (R^2): declara que porcentaje de la variación de la variable dependiente es explicada por las variables predictoras.
- 2 Coeficiente de determinación ajustado (R^2_{ajust}): es una corrección o ajuste del coeficiente de determinación original de acuerdo a los grados de libertad del modelo.
- 3 Sesgo: evalúa la desviación del modelo con respecto a los valores observados.
- 4 Error medio cuadrático: informa sobre la precisión de las estimaciones.
- 5 Error medio en valor absoluto: da una idea de la magnitud media de los errores independientemente de su signo.
- 6 Significación estadística de los parámetros de los modelos: expresa el error α para cada parámetro del modelo.
- 7 Error estándar de los estimadores de los parámetros del modelo: permite determinar los intervalos de confianza para los parámetros.
- 8 Análisis gráfico de los residuos: Comportamiento de los residuos obtenidos de la diferencia entre los valores observados y los valores predichos por el modelo.

En el ajuste se utilizaron muestras de 320 parcelas y para la validación 212 parcelas, para el ajuste y validación con el remuestreo (Bootstrap) se obtuvo 2900 y 2800 muestras respectivamente, obtenidas por simulación, utilizando la

magnitud Bootstrap (B), $B = 100$ por cada edad. Se utilizaron los programas estadísticos STATGRAPHICS Plus versión 5.1 (1995) e InfoStat (2008).

Además, a través de las curvas de evolución en el tiempo del incremento corriente anual (primera derivada o forma diferencial de la función) e incremento medio anual (crecimiento hasta una edad determinada dividido entre el tiempo), se describió el comportamiento biológico de la especie.

IV. *RESULTADOS* *Y* *DISCUSION*

IV. RESULTADOS Y DISCUSION

IV.1 Evaluación de los estadígrafos de posición y dispersión para diferentes tamaños de muestra en Parcelas Permanentes de Muestreo.

En la Tabla IV.1 se observa el volumen por hectárea obtenido en el procesamiento de los datos de las parcelas en los rodales evaluados dentro del escenario boscoso seleccionado.

Tabla IV.1 Volumen por hectárea de las parcelas.

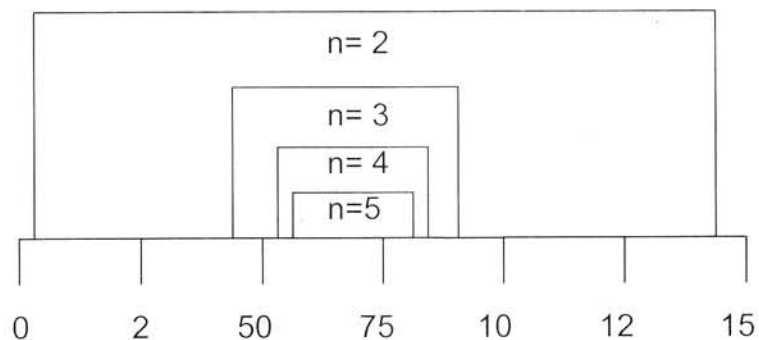
Parcela	Volumen por hectárea (m ³ /ha)	
	Rodal de Clase de Edad II (31,4 ha)	Rodal de Clase de Edad IV (60,2 ha)
1	65,63	152,70
2	76,66	155,40
3	59,10	152,40
4	72,76	153,70
5	61,94	154,20

En la Tabla IV.2 se presentan los estadígrafos de posición y dispersión del volumen por hectárea para cada tamaño de muestra para el rodal de Clase de Edad II. Los intervalos de confianza, para las medias de los tamaños de muestra $n = 3$, $n = 4$ y $n = 5$, poseen amplitudes menores que el intervalo de confianza de la media correspondiente al tamaño de muestra $n = 2$ (Figura IV.1). Esto evidencia que el tamaño de muestra $n = 2$, no resulta adecuado para representar la población de *Pinus cubensis* Griseb en esta Clase de Edad, lo cual es lógico porque en esta etapa se manifiesta mayor variabilidad, debido a que el bosque

esta en la fase inicial de crecimiento, donde los árboles comienzan a incrementar tanto en diámetro como en altura, siendo los mismos más heterogéneos.

Tabla IV.2 Estadígrafos de posición y dispersión del volumen por hectárea para cada tamaño de muestra para el rodal de Clase de Edad II.

Estadígrafo	Tamaño de muestra			
	2	3	4	5
Media	71,15	67,13	68,54	67,22
Varianza	60,83	78,78	60,44	54,04
Coeficiente de variación (%)	10,96	13,22	11,34	10,94
Error estándar	$\pm 5,52$	$\pm 5,12$	$\pm 3,89$	$\pm 3,29$



n	2	3	4	5
LI (m ³ /ha)	1,07	45,08	56,17	58,09
LS (m ³ /ha)	141,22	89,18	80,19	76,35

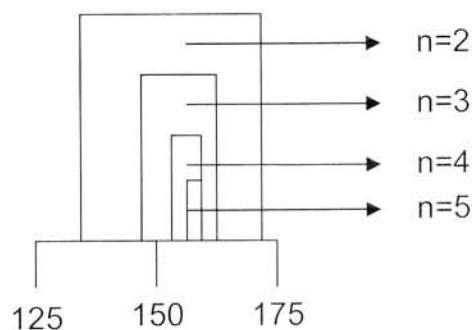
Figura IV.1 Intervalos de confianzas de las medias para el rodal de Clase de Edad II.

En la Tabla IV.3 se observan los estadígrafos de posición y dispersión del volumen por hectárea para cada tamaño de muestra para el rodal de Clase de Edad IV. Los intervalos de confianza de las medias de todos los tamaños de muestra, alcanzan

amplitudes pequeñas, aunque el intervalo de confianza para la media de tamaño de muestra $n=2$, tiene una amplitud mayor que los otros intervalos (Figura IV.2). En esta etapa el bosque presenta una menor variabilidad, debido a que se encuentra en su fase final de crecimiento, donde se manifiestan incrementos muy bajos o casi nulos, apreciándose una mayor homogeneidad en los diámetros y las alturas de los árboles en el rodal.

Tabla IV.3 Estadígrafos de posición y dispersión del volumen por hectárea para cada tamaño de muestra para el rodal de Clase de Edad IV.

Estadígrafo	Tamaño de muestra			
	2	3	4	5
Media	154,05	153,50	153,55	153,68
Varianza	3,65	2,73	1,83	1,46
Coefficiente de variación	1,24	1,08	0,88	0,79
Error estándar	$\pm 1,35$	$\pm 0,95$	$\pm 0,68$	$\pm 0,54$



n	2	3	4	5
LI (m^3/ha)	136,90	149,40	151,40	152,18
LS (m^3/ha)	171,20	157,60	155,70	155,18

Figura IV.2 Intervalos de confianzas de las medias para el rodal de Clase de Edad IV.

En ambas Clases de Edades los valores de los coeficientes de variación explican que existe una baja variabilidad, lo que justifica la utilización de un muestreo aleatorio simple y unidades de muestreo pequeñas. Según Malleux (1982) estas unidades de muestreo (500 m²) son aptas para bosques homogéneos ya que dentro de las mismas existirá menor variabilidad y mayor variabilidad entre ellas.

En las tablas IV. 4 y IV. 5, se presentan los tamaños de muestra teóricos para los rodales de Clase de Edad II y Clase de Edad IV, según Malleux (1982) y Ortiz y Carrera (2002 a) el tamaño de muestra depende de la variabilidad del bosque (CV%) y el error máximo requerido, además del tipo de muestreo, el parámetro a estimar y el nivel de confianza.

El tamaño de muestra aumenta en relación cuadrática, mientras que el error de muestreo disminuye en proporción aritmética. Esto significa que si se disminuye a la mitad el error de muestreo, aumenta el tamaño de muestra en una proporción mayor de cuatro veces. Por lo tanto, la precisión de la muestra debe ser determinada con especial cuidado, tratando de que sea lo estrictamente necesaria para lo que se ha planeado.

Tabla IV.4 Tamaño de muestra teórico para el rodal de Clase de Edad II.

Aspectos a considerar	Tamaño de muestra			
	2	3	4	5
$t_{\alpha/2, gl}$	12,71	4,30	3,18	2,78
Coeficiente de variación (%)	10,96	13,22	11,84	10,94
Error máximo requerido (%)	15	15	15	15
Tamaño de muestra teórico	86	14	6	4

En el rodal de Clase de Edad II, el tamaño de muestra $n = 2$, no es representativo de la población, al manifestar un valor del coeficiente de variación menor que el

del tamaño de muestra $n = 3$, lo cual se debe a las propiedades intrínsecas de la población o la acción antrópica. A partir del tamaño de muestra $n = 3$ comienza a disminuir la variabilidad del rodal, por lo que se define el tamaño de muestra teórico cinco como el más apropiado, ya que se puede observar una disminución del tamaño de muestra teórico de 86 a 4 muestras.

Tabla IV.5 Tamaño de muestra teórico para el rodal de Clase de Edad IV.

Aspectos a considerar	Tamaño de muestra			
	2	3	4	5
$t_{\alpha/2, gl}$	12,71	4,30	3,18	2,78
Coeficiente de variación (%)	1,24	1,08	0,88	0,79
Error máximo requerido (%)	15	15	15	15
Tamaño de muestra teórico	1,1	0,09	0,03	0,021

En el caso del rodal de Clase de IV la variabilidad manifiesta un comportamiento no típico, debido a la alta homogeneidad del rodal, influyendo en ello las condiciones de la localidad, los manejos silvícolas y la probabilidad de ocurrencia de este evento.

Los resultados obtenidos del tamaño de muestra teórico no son adecuados, puesto que no es posible representar la población. Sin embargo los tamaños de muestra preliminares, permitieron caracterizar la población, observándose lo planteado por Smith (1938) citado por Torres (1980), la reducción la variabilidad relativa conforme aumenta el tamaño de muestra, seleccionándose el tamaño de muestra cinco. Según Montalvo (2010, comunicación personal) en estudios realizados por el Instituto de Investigaciones Forestales, se definió el tamaño de muestra cinco como el tamaño de muestra piloto (preliminar) en el establecimiento de Parcelas Permanentes de Muestreo y a partir de éste determinar el tamaño de

muestra teórico y definir el adecuado que permitirá obtener estimaciones confiables de los parámetros poblacionales.

Si el tamaño de muestra se hubiera determinado en función de la intensidad de muestreo y siguiendo el criterio de la Norma Ramal 595 (1982), según la cual en bosques homogéneos se debe muestrear el 3% del área total, para el rodal de Clase de Edad II, se necesitaría muestrear un área de 0,9 hectáreas, equivalente a 18 parcelas de 500 m². Para el rodal de Clase de Edad IV, se necesitaría muestrear un área de 1,8 hectáreas, que representan 36 parcelas. Como se observa, por este método se logra una mejor representación de la población pero a la vez, se necesita disponer de más tiempo de trabajo, lo que trae consigo un aumento de los costos del inventario.

La determinación correcta del tamaño de muestra en función del coeficiente de variabilidad con un error máximo requerido adecuado, se puede obtener estimaciones de los parámetros poblacionales con calidad y a un costo permisible.

IV.2 Aplicación del método intensivo por ordenador Bootstrap para estimar el volumen por hectárea en Parcelas Permanentes de Muestreo.

En los Anexo 1 y 2 se brindan los estadígrafos de posición y dispersión para diferentes tamaños de muestras y magnitudes Bootstrap 100 (20) 300, a partir de los cuales se determinaron los rangos de los estadígrafos (Tabla IV.6 y IV.7).

Tabla IV.6 Rango de los estadígrafos de posición y dispersión para diferentes tamaños de muestra y magnitudes Bootstrap para el rodal de Clase de Edad II.

Tamaño de muestra	Magnitud Bootstrap	Rango de las medias Bootstrap	Amplitud del Rangos de las medias Bootstrap	Rango Varianza Bootstrap	Rango Desviación estándar Bootstrap	Rango Coeficiente de Variación Bootstrap	Rango Error Estándar Bootstrap
2	100(20) 300	70,50	0,95	13,27	3,64	5,15	± 0,23
		71,45		15,97	4,00	5,63	± 0,40
3	100(20) 300	66,60	1,09	11,70	3,42	5,12	± 0,22
		67,69		14,52	3,81	5,69	± 0,38
4	100(20) 300	68,12	0,83	9,60	3,10	4,52	± 0,19
		68,95		13,43	3,63	5,32	± 0,36
5	100(20) 300	66,87	0,63	7,95	2,82	4,19	± 0,17
		67,50		9,61	3,10	4,60	± 0,31

La Tabla IV.6 se presentan los rangos de las medias Bootstrap para el rodal de Clase de Edad II, para el tamaño de muestra $n = 2$, fue entre 70,50 y 71,45 m^3/ha , para $n = 3$, entre 66,60 y 67,69 m^3/ha , para $n = 4$, entre 68,12 y 68,95 m^3/ha y para $n = 5$, entre 66,87 y 67,50 m^3/ha , encontrándose contenida dentro de estos rangos las medias de las muestras originales (Tabla IV.2).

Tabla IV.7 Rango de los estadígrafos de posición y dispersión para diferentes tamaños de muestra y magnitudes Bootstrap para el rodal de Clase de Edad IV.

Tamaño de muestra	Magnitud Bootstrap	Rango de las medias Bootstrap	Amplitud del Rangos de las medias Bootstrap	Rango Varianza Bootstrap	Rango Desviación estándar Bootstrap	Rango Coeficiente de Variación Bootstrap	Rango Error Estándar Bootstrap
2	100(20) 300	153,93	0,17	0,78	0,88	0,57	$\pm 0,06$
		154,10		1,10	1,05	0,68	$\pm 0,10$
3	100(20) 300	153,37	0,25	0,49	0,70	0,46	$\pm 0,05$
		153,62		0,71	0,84	0,55	$\pm 0,07$
4	100(20) 300	153,49	0,12	0,29	0,54	0,35	$\pm 0,03$
		153,61		0,38	0,62	0,40	$\pm 0,06$
5	100(20) 300	153,64	0,12	0,20	0,45	0,29	$\pm 0,03$
		153,76		0,26	0,51	0,33	$\pm 0,05$

La Tabla IV.7 se observa los rangos de las medias Bootstrap para el rodal de Clase de Edad IV, para tamaño de muestra $n = 2$, fue entre 153,93 y 154,10 m^3/ha , para $n = 3$, entre 153,37 y 153,62 m^3/ha , para $n = 4$, entre 153,49 y 153,61 m^3/ha y para $n = 5$, entre 153,64 y 153,76 m^3/ha , encontrándose contenida dentro de estos rangos las media de las muestras originales (Tabla IV.3).

Las amplitudes de los rangos de las medias Bootstrap para el rodal de Clase de Edad II fueron de 0,95; 1,09; 0,83 y 0,63 m^3/ha respectivamente y para el rodal de Clase de Edad IV, de 0,17; 0,25; 0,12 y 0,12 m^3/ha , de manera general la amplitud de los rangos disminuyen al aumentar el tamaño de muestra.

En el rodal de Clase de Edad II, los valores de los rangos de la varianza Bootstrap fueron entre 13,27 y 15,97, 11,70 y 14,52, 9,60 y 13,43, y 7,95 y 9,61, para $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ y $n = 5$ respectivamente, de la desviación estándar Bootstrap entre 3,64 y 4,00, 3,42 y 3,81, 3,10 y 3,63, y 2,82 y 3,10, y del coeficiente de variación Bootstrap entre 5,12 y 5,63, 5,12 y 5,69, 4,52 y 5,32, y 4,19 y 4,60.

En el rodal de Clase de Edad IV, los valores de los rangos de la varianza Bootstrap fueron entre 0,78 y 1,10, 0,49 y 0,71, 0,29 y 0,38, y 0,20 y 0,26, para $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ y $n = 5$ respectivamente, de la desviación estándar Bootstrap entre 0,88 y 1,05, 0,70 y 0,84, 0,54 y 0,62, y 0,45 y 0,51, y del coeficiente de variación Bootstrap entre 0,57 y 0,68, 0,46 y 0,55, 0,35 y 0,40, y 0,29 y 0,33. Al comparar estas estimaciones con las obtenidas en las tablas IV.2 y IV.3, se puede apreciar que se mejora la calidad en la estimación de los parámetros poblacionales y se obtiene una mayor precisión al disminuir los valores del error estándar. Este estadígrafo registro valores entre $\pm 0,23$ y $\pm 0,40$, $\pm 0,22$ y $\pm 0,38$, $\pm 0,19$, y $\pm 0,36$, $\pm 0,17$ y $\pm 0,31$, para $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ y $n = 5$ respectivamente en el rodal de Clase de Edad II y entre $\pm 0,06$ y $\pm 0,10$, $\pm 0,05$ y $\pm 0,07$, $\pm 0,03$ y $\pm 0,06$, y $\pm 0,03$ y $\pm 0,05$, para $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$ y $n = 5$ respectivamente en el rodal de Clase de Edad IV. Estos registros están dado por el gran número de muestras aleatorias obtenidas con el remuestreo mediante el método Bootstrap, lo que trae consigo que la media \bar{X} de la muestra aleatoria de tamaño (n) tiende a la media σ poblacional y varianza finita σ^2 (Millar *et al.* 1992; Anon, 2009), y se pone de manifiesto la Ley de los grandes números referida por Bickel y Freedman (1981) y

Wikipedia (2009), con su Ley débil y su Ley fuerte. La primera Ley expresa que el promedio de una muestra

$\bar{X}_n = (X_1 + \dots + X_n)/n$ Converge en probabilidad a μ . Para cualquier número positivo ε , sin importar cuan pequeño, se tiene.

$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\left|\bar{X}_n - \mu\right| < \varepsilon\right) = 1$. La segunda Ley indica que $P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{X}_n = \mu\right) = 1$, es decir, el promedio de las variables aleatorias converge a μ casi seguramente (en un conjunto de probabilidad 1).

Esta ley justifica la interpretación intuitiva de que el valor esperado de una variable aleatoria como el "promedio" a largo plazo al realizar un muestreo repetitivo".

IV.3 Determinación del tamaño de muestra a partir de las muestras Bootstrap.

En la Tabla IV.8 y Anexo 3 se observa el comportamiento del error estándar en función de los tamaños de muestra, a partir de la magnitud Bootstrap B= 220, el error estándar comienza a estabilizarse, siendo las diferencias mínimas para los diferentes tamaños de muestra. Se define el tamaño de muestra $n = 3$, como el tamaño de muestra mínimo que permite realizar estimaciones confiables de los parámetros poblacionales. Se puede lograr reducir el tamaño de muestra en un 40% con respecto al obtenido con las muestras originales (Tabla IV.4). Demey *et al.* (2004) obtuvieron resultados bastantes similares y lograron disminuir en un 50% el tamaño de muestra en los cultivares B6746 y V64-10 de caña de azúcar.

Tabla IV.8 Comportamiento de los errores estándar en función del tamaño de los tamaños de muestra para el rodal de Clase de Edad II.

Tamaño de Muestra	Magnitud Bootstrap										
	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
2	± 0,40	± 0,35	± 0,32	± 0,29	± 0,29	± 0,27	± 0,26	± 0,26	± 0,24	± 0,23	± 0,23
3	± 0,38	± 0,34	± 0,29	± 0,27	± 0,26	± 0,25	± 0,24	± 0,24	± 0,23	± 0,22	± 0,22
4	± 0,36	± 0,28	± 0,26	± 0,26	± 0,25	± 0,24	± 0,23	± 0,23	± 0,21	± 0,20	± 0,19
5	± 0,31	± 0,28	± 0,25	± 0,23	± 0,21	± 0,20	± 0,19	± 0,19	± 0,18	± 0,18	± 0,17

En la Figura IV.3 se presenta el comportamiento de los errores estándar en función del remuestreo para el rodal de Clase de Edad II, donde se aprecia que a partir de la magnitud Bootstrap B = 220 comienzan a estabilizarse los valores del

error estándar, desde esa magnitud la estimación de los parámetros poblacionales serán con mayor precisión.

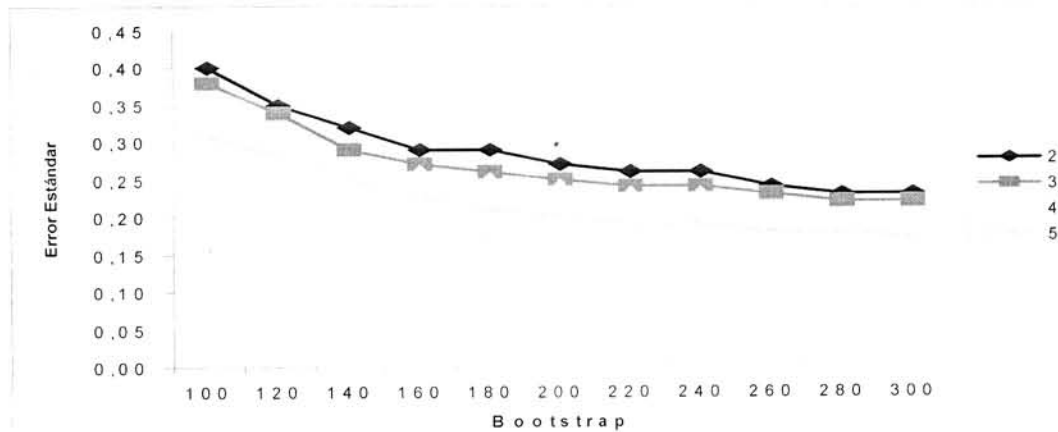


Figura IV.3 Comportamiento de los errores estándar en función del remuestreo (B) para el rodal de Clase de Edad II.

En la Tabla IV.9 se observa la estimación del sesgo Bootstrap e intervalos de confianza de la media Bootstrap, se aprecia que para $n = 3$ y $B = 220$ el valor más bajo de sesgo Bootstrap, se obtiene mayor exactitud en la estimación de los parámetros poblacionales y aumenta la precisión al disminuir el error estándar $\pm 3,29$ (Tabla IV.2) de la muestra original a $\pm 0,24$ (Anexo 1) a partir de las muestras Bootstrap, y la estimación de la media poblacional $67,22 \text{ m}^3/\text{ha}$ (Tabla IV.2), se encuentra dentro del intervalo de confianza Bootstrap.

Tabla IV.9 Estimación del sesgo Bootstrap e Intervalos de confianza Bootstrap para $n = 3$ para el rodal de Clase de Edad II.

Tamaño de Muestra	Magnitud Bootstrap	Media Bootstrap	Sesgo Bootstrap	Intervalo de confianza Bootstrap 95%	
				LI	LS
3	100	67,69	0,56	59,10	74,17
3	120	66,81	-0,32		
3	140	66,60	-0,53		
3	160	66,86	-0,27		
3	180	66,96	-0,17		
3	200	66,63	-0,50		
3	220	67,10	-0,03		
3	240	67,19	0,06		
3	260	67,46	0,33		
3	280	67,38	0,25		
3	300	66,94	-0,19		

En la Tabla IV.10 y Anexo 4 se observa el comportamiento del error estándar en función de los tamaños de muestra, a partir de la magnitud Bootstrap $B = 200$, el error estándar comienza a estabilizarse, siendo las diferencias mínimas para los diferentes tamaños de muestra, pero para los tamaños de muestras. Se define el tamaño de muestra $n = 2$, como el tamaño de muestra mínimo que permite hacer estimaciones confiables de los parámetros poblacionales. Se puede lograr reducir el tamaño de muestra en un 60% con respecto al obtenido con las muestras originales (Tabla IV.5).

Tabla IV.10 Comportamiento de los errores estándar en función de los tamaños de muestra para el rodal de Clase de Edad IV.

Tamaño de Muestra	Magnitud Bootstrap										
	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
2	± 0,10	± 0,09	± 0,08	± 0,07	± 0,07	± 0,06	± 0,06	± 0,06	± 0,06	± 0,05	± 0,05
3	± 0,07	± 0,07	± 0,06	± 0,06	± 0,06	± 0,05	± 0,05	± 0,05	± 0,05	± 0,05	± 0,05
4	± 0,06	± 0,05	± 0,05	± 0,05	± 0,04	± 0,04	± 0,04	± 0,04	± 0,04	± 0,03	± 0,03
5	± 0,05	± 0,04	± 0,04	± 0,04	± 0,03	± 0,03	± 0,03	± 0,03	± 0,03	± 0,03	± 0,03

En la Figura IV.4 se presenta el comportamiento de los errores estándar en función del remuestreo para el rodal de Clase de Edad IV, donde se aprecia que a partir de la magnitud Bootstrap B = 200 comienzan a estabilizarse los valores del error estándar, desde esa magnitud la estimación de los parámetros poblacionales serán con mayor precisión.

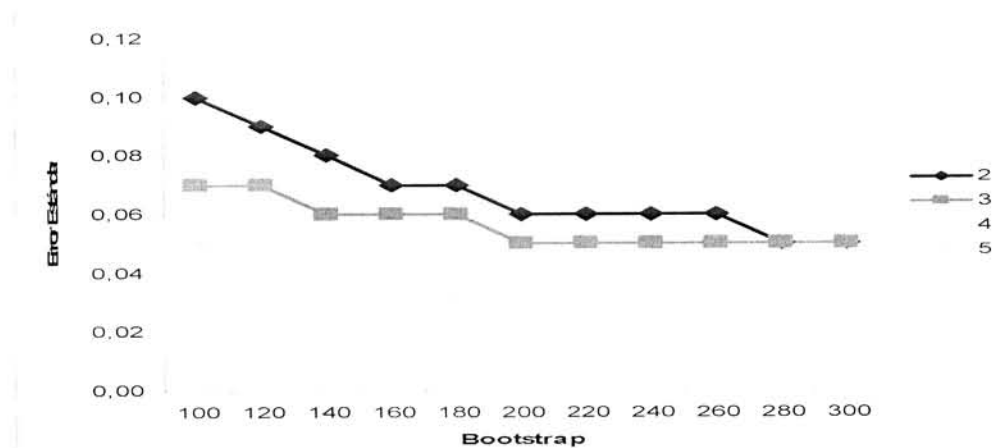


Figura IV.4 Comportamiento de los errores estándar en función del remuestreo (B) para el rodal de Clase de Edad IV.

En la Tabla IV.11 se observa la estimación del sesgo Bootstrap e intervalos de confianza de la media Bootstrap, se aprecia que para $n = 2$ y $B = 200$ el valor más bajo de sesgo Bootstrap, se obtiene mayor exactitud en la estimación de los parámetros poblacionales y aumenta la precisión al disminuir el error estándar $\pm 0,54$ (Tabla IV.3) de la muestra original a $\pm 0,06$ (Anexo 2) a partir de las muestras Bootstrap, y la estimación de la media poblacional $153,68 \text{ m}^3/\text{ha}$ (Tabla IV.3), se encuentra dentro del intervalo de confianza Bootstrap.

Tabla IV.11 Estimación del sesgo Bootstrap e Intervalos de confianza Bootstrap para $n = 2$ para el rodal de Clase de Edad II.

Tamaño de Muestra	Magnitud Bootstrap	Media Bootstrap	Sesgo Bootstrap	Intervalo de confianza Bootstrap 95%	
				LI	LS
2	100	154,00	-0,05	152,70	155,26
2	120	154,02	-0,03		
2	140	154,05	0,00		
2	160	154,04	-0,01		
2	180	153,93	-0,12		
2	200	154,06	0,01		
2	220	154,02	-0,03		
2	240	154,08	0,03		
2	260	154,02	-0,03		
2	280	154,09	0,04		
2	300	154,10	0,05		

Las Figuras IV.5 y IV.6 se muestran las funciones de distribución empírica correspondiente de los tamaños de muestra con las magnitudes Bootstrap elegidos para el rodal de Clase de Edad II y el rodal de Clase de Edad IV, que representan la frecuencia con la que los elementos seleccionados en la muestra no superan el valor (X) de la característica bajo estudio. Según Vélez y García (1994), esta función tiene como característica ser de distribución discreta que asigna probabilidad $1/n$ a cada una de las observaciones muestrales.

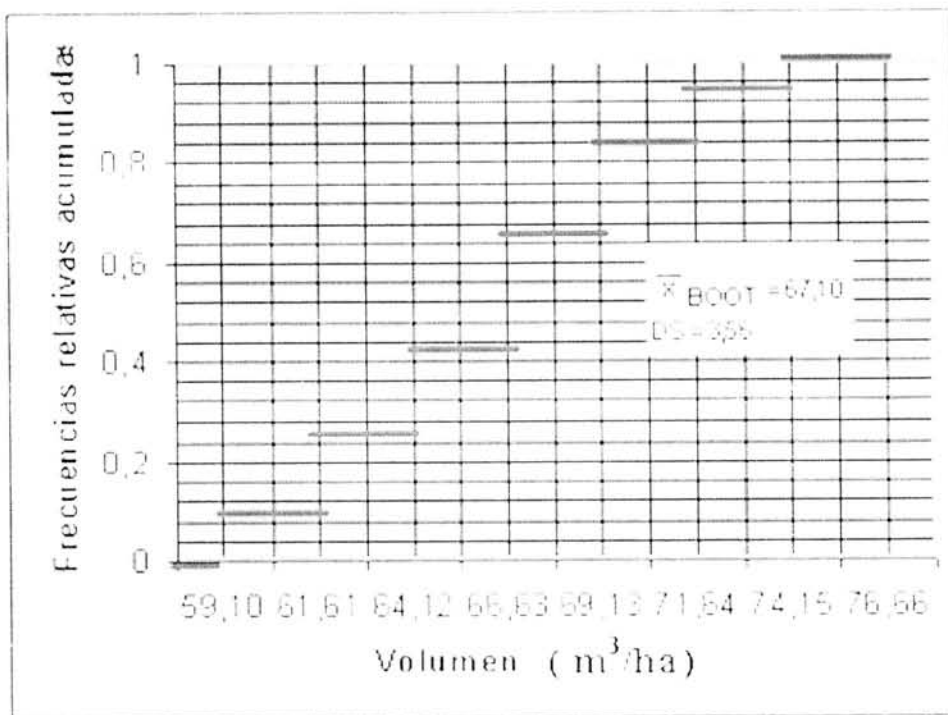


Figura IV.5 Función de distribución empírica para $n = 3$ y $B = 220$ para el rodal de Clase de Edad II.

Expresión matemática.

$$\hat{F}^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 59,10 \\ 0,13 & \text{si } 59,10 \leq x < 61,61 \\ 0,26 & \text{si } 61,61 \leq x < 64,12 \\ 0,42 & \text{si } 64,12 \leq x < 66,63 \\ 0,66 & \text{si } 66,63 \leq x < 69,13 \\ 0,84 & \text{si } 69,13 \leq x < 71,64 \\ 0,97 & \text{si } 71,64 \leq x < 74,15 \\ 1,00 & \text{si } x \geq 74,15 \end{cases}$$

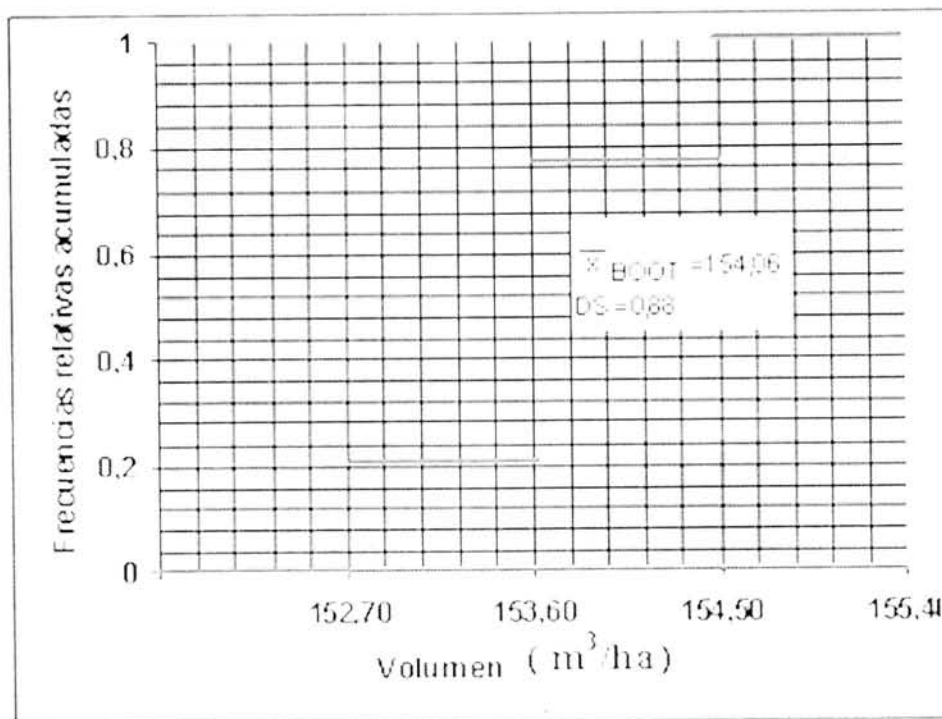


Figura IV.6 Función de distribución empírica para $n = 2$ y $B = 200$ para el rodal de Clase de Edad IV.

Expresión matemática.

$$\hat{F}^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 152,70 \\ 0,20 & \text{si } 152,70 \leq x < 153,60 \\ 0,78 & \text{si } 153,60 \leq x < 154,50 \\ 1,00 & \text{si } x \geq 154,50 \end{cases}$$

La función de distribución empírica se aproxima a la función de distribución teórica ya que dado un valor de la variable la función de distribución empírica ofrece la proporción de elementos muestrales con valores de la variable menores o iguales al dado. En este caso indica la proporción de muestras Bootstrap cuyo volumen por hectárea sea menor o igual al dado. La afirmación fundamental del bootstrapping (Mooney y Duval, 1993), es que la distribución de frecuencias relativas de los $\hat{\theta}^*$ calculada a partir de los remuestreos es una estimación de la distribución muestral de los $\hat{\theta}$.

IV.4 Modelación matemática

IV.4.1 Modelación del crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis*

Griseb con los valores observados.

Tabla IV.12 Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos para *Pinus cubensis* Griseb.

Modelo	R ²	R ² aj	Sesgo	CME	EMA	a	b	c	d
Gompertz	87,1	87,0	-0,0740	22,37	3,00	58,6551 ± 2,5503 ***	2,5698 ± 0,0892 ***	0,06121 ± 0,0054 ***	----
Hossfeld I	88,2	88,2	-0,0148	20,41	2,68	0,4950 ± 0,4016 (NS)	0,5350 ± 0,0446 ***	0,0077 ± 0,0010 ***	----
Hossfeld I (modificado)	87,6	87,5	0,1737	21,49	2,69	1,52042 ± 0,0510 ***	0,110386 ± 0,0021 ***	-----	----
Hossfeld II	87,4	87,3	0,2650	21,87	2,90	3,96x 10 ⁹ ± 5,42 x10 ⁷ ***	-369990 ± 41219,1 ***	2,78 x 10 ⁹ ± 3,05 x10 ⁻⁸ ***	
Logístico	85,9	85,8	-0,1462	24,53	3,26	52,879 ± 1,7617 ***	7,2252 ± 0,4908 ***	0,1014 ± 0,0054 ***	----
Strand	87,0	86,9	0,2496	22,57	2,83	1,7170 ± 0,0418 ***	0,2390 ± 0,0016 ***	-----	----
Terazaki	85,1	85,0	0,3719	25,86	3,14	4,11476 ± 0,0243 ***	14,2525 ± 0,5232 ***	-----	----
Yoschida I	86,2	86,0	-0,0014	24,06	2,90	0,0054 ± 0,0412 (NS)	0,000055 ± 0,0016 (NS)	0,0790 ± 2,9922 (NS)	208,756 ± 4369,4 (NS)

*** P < 0,001

** P < 0,01

* P < 0,05

NS- P > 0,05

Los valores de los estadísticos que se muestran en la Tabla IV.12 son similares para todos los modelos respecto al coeficiente de determinación (R²) y coeficiente

de determinación ajustado (R^2_{aj}), por lo que se pudiera pensar que todos los modelos son adecuados para explicar el ajuste de la variabilidad del diámetro medio. Sin embargo el modelo Hossfeld I, presenta una menor desviación con respecto a los valores observados, una mayor precisión de las estimaciones y un menor error medio en valor absoluto, con dos parámetros significativos ($P < 0,001$), seguido por el modelo Hossfeld I (modificado) con los dos parámetros significativos ($P < 0,001$)

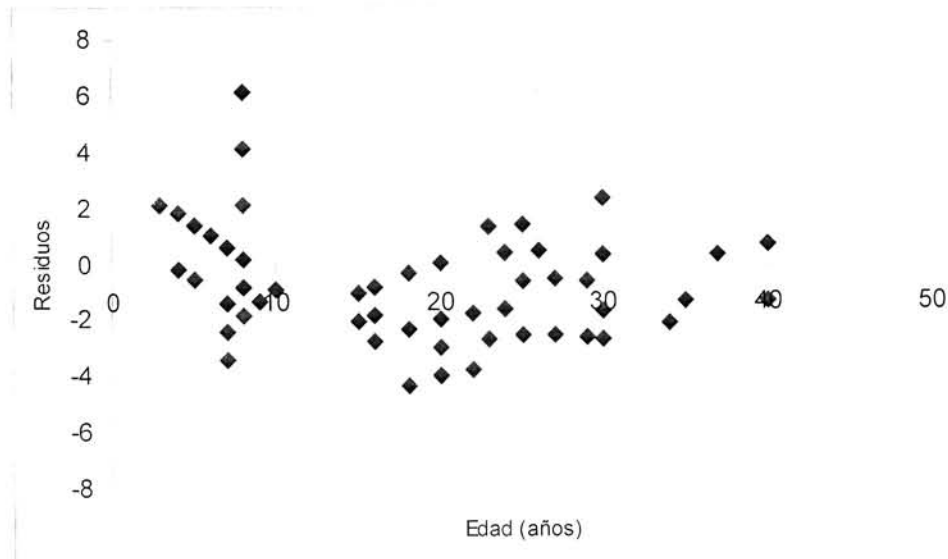


Figura IV.7 Distribución de los residuos del modelo Hossfeld I.

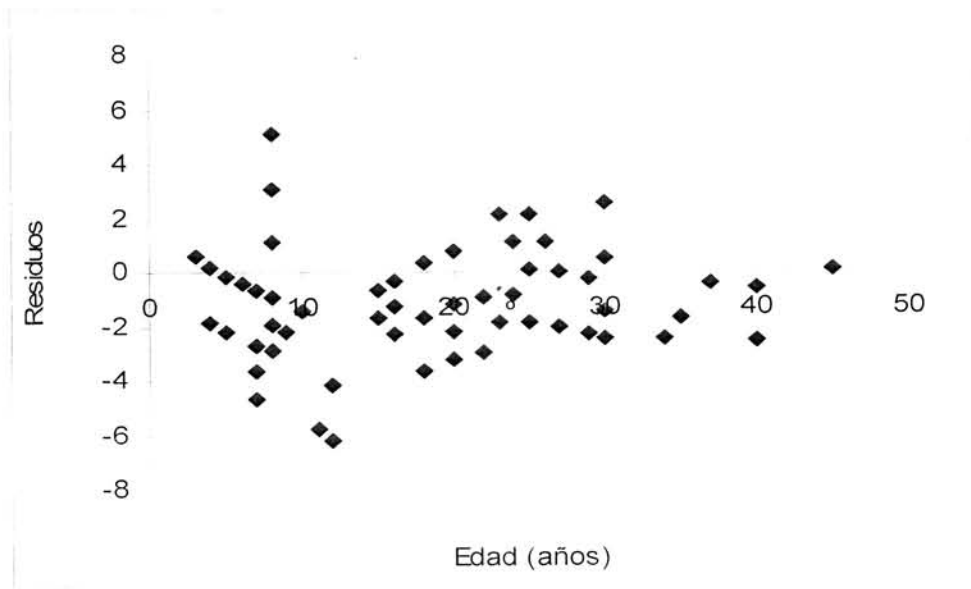


Figura IV.8 Distribución de los residuos del modelo Hossfeld I (modificado).

En las Figuras IV.7 y IV.8 se expone que en general la variabilidad de los residuos disminuye con la edad. Esto no debe interpretarse como falta de aleatorización, sino que puede ser debido a que en las primeras edades la competencia que se establece entre los individuos por el espacio vital y la absorción de nutrientes origina mayor variabilidad. A medida que los individuos se desarrollan el crecimiento tiende a estabilizarse, siendo más homogéneo, debido también a la influencia de los aclareos donde se favorecen los mejores individuos.

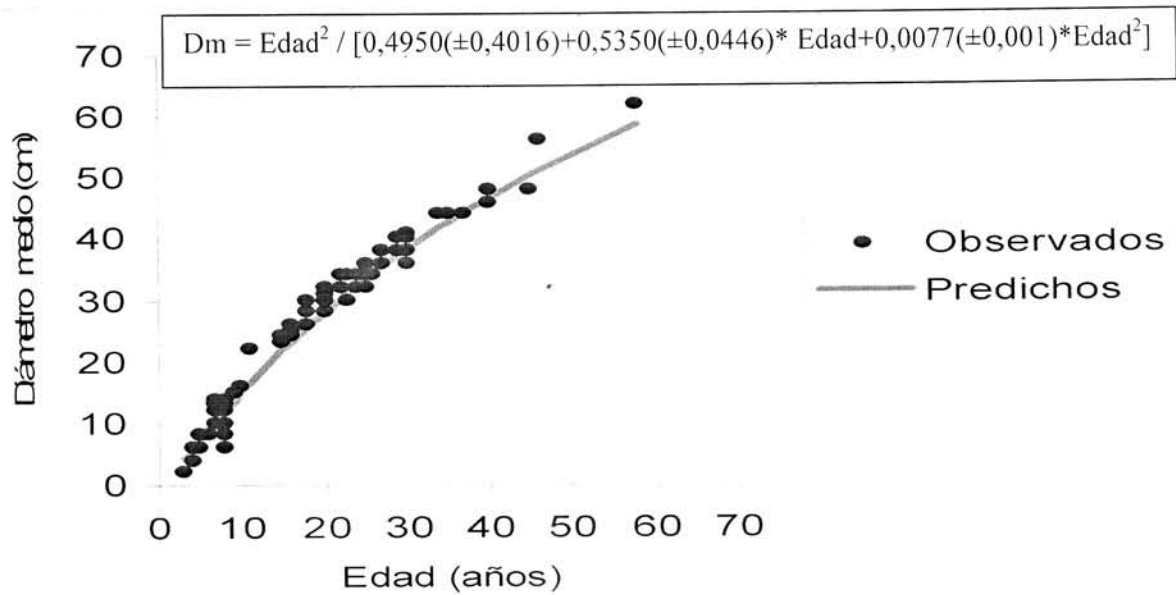


Figura IV.9 Modelo Hossfeld I ajustado al diámetro medio.

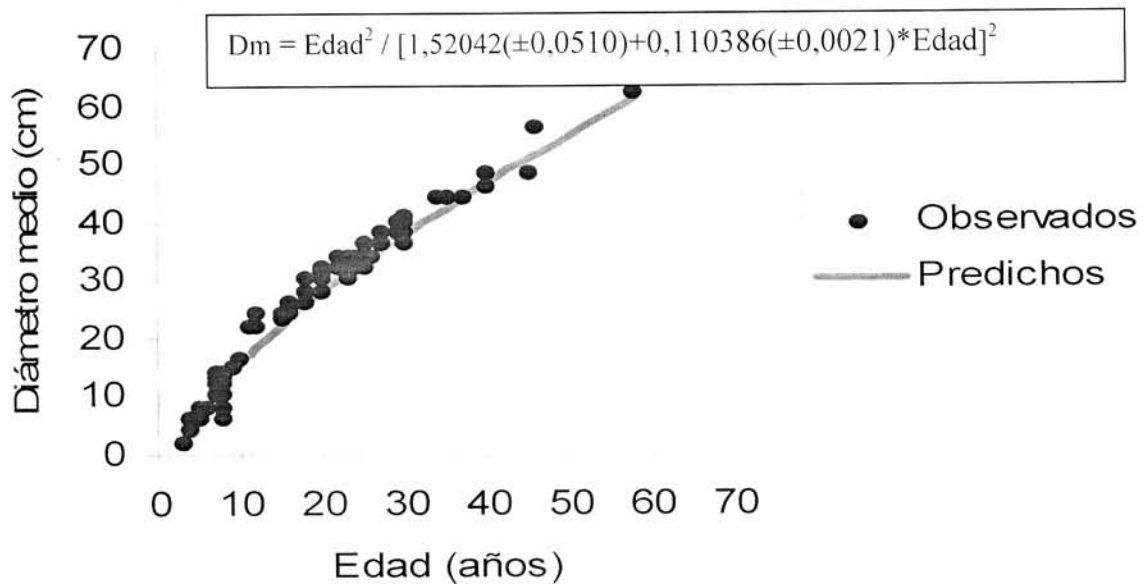


Figura IV.10 Modelo Hossfeld I (modificado) ajustado al diámetro medio.

Las Figuras IV.9 y IV.10 muestran el comportamiento del diámetro medio ajustado por los modelos Hossfeld I y Hossfeld I (modificado). Se destaca de manera general el agrupamiento de los valores observados a las diferentes edades. Estos

resultados difieren de los obtenidos por Calvillo *et al.* (2003) y Rodríguez *et al.* (2009), donde el modelo Gompertz resultó el más apropiado para describir el crecimiento en diámetro de *Pinus herrerae* Mart. y *Pinus maestrensis* Bisse.

Las predicciones biológicas de los modelos Hossfeld I y Hossfeld I (modificado) (Tabla IV.13, Figura IV.11 y Figura IV.12), permiten explicar que el modelo Hossfeld I (modificado) es la función que describe mejor el comportamiento de la especie, con un punto de inflexión a los 6,9 años, aproximándose a la edad en que según Samek (1967), deben comenzar los aclareos, ya que en este momento las copas de los árboles comienzan a unirse y a disminuir el crecimiento.

La evolución en el tiempo del incremento medio anual (IMA) y del incremento corriente anual (ICA) revela que a los 13,6 años estos se igualan, con una tasa de crecimiento de 1,48 cm/año, momento en el que la especie muestra todo su potencial, requiriéndose las intervenciones silvícolas.

Tabla IV.13 Predicciones biológicas de los modelos.

Modelo	Punto de inflexión (edad)	Tiempo (edad) ICA = IMA
Hossfeld I	4,0	8,0
Hossfeld I (modificado)	6,9	13,6

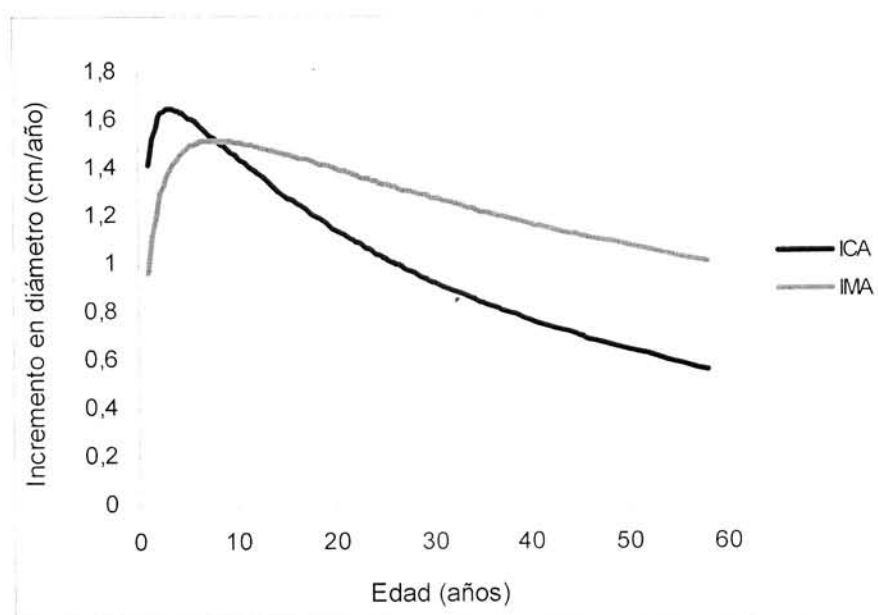


Figura IV.11 Incrementos en diámetro ajustado por el modelo Hossfeld I.

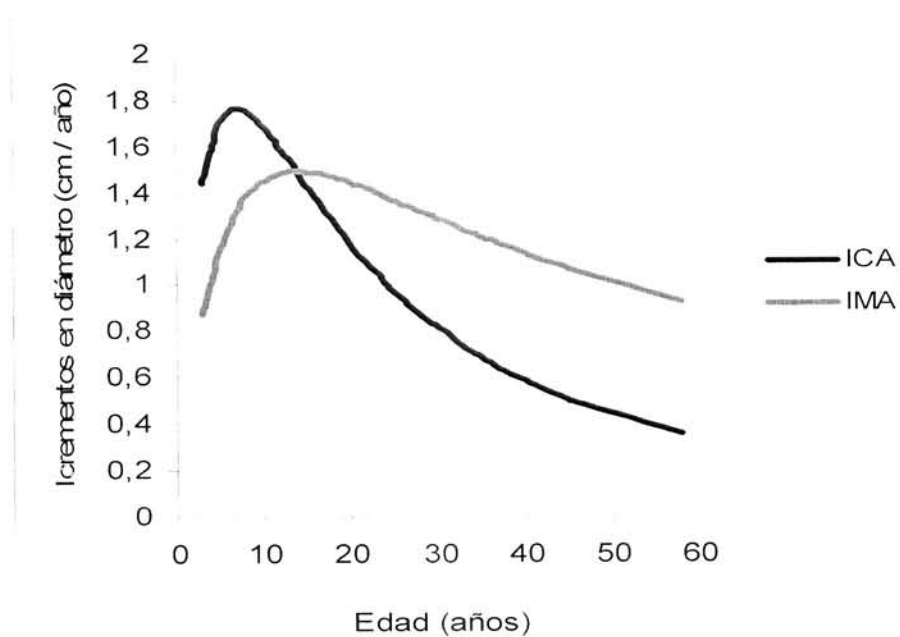


Figura IV.12 Incrementos en diámetro ajustados por el modelo Hossfeld I (modificado).

En la Tabla IV.14 se muestran los estadísticos de ajuste y validación de los modelos Hossfeld I y Hossfeld I (modificado) donde se observa que los estadísticos de validación presentan valores similares a los obtenidos en el ajuste, así como los parámetros obtenidos en la validación se encuentran dentro de los intervalo de confianza de los parámetros de ajuste, lo que garantiza la validez de los modelos.

Tabla IV.14 Estadísticos de ajuste y validación de los modelos.

Estadístico	Modelo	R ²	Sesgo	CME	EMA	a	b	c
Ajuste	Hossfeld I	88,2	-0,0148	20,41	2,68	0,4950 ± 0,4016 (NS)	0,5350 ± 0,0446 ***	0,0077 ± 0,0010 ***
	Hossfeld I (modificado)	87,6	0,1737	21,49	2,69	1,52042 ± 0,0510 ***	0,110386 ± 0,0021 ***	-----
Validación	Hossfeld I	88,2	- 0,0146	20,60	2,69	0,4792 (NS)	0,5375 ***	0,0077 ***
	Hossfeld I (modificado)	87,6	0,1764	21,68	2,70	1,52216 ***	0,110382 ***	-----

IV.4.2 Modelación del crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb con los datos remuestreados.

En la Tabla IV.15 se ofrecen los estadísticos de ajuste y estimación de los parámetros. Se observa que todos los modelos presentan un alto coeficiente de determinación (R²) y coeficiente de determinación ajustado (R²aj), por encima del 90%. El modelo Hossfeld I presenta una menor desviación del modelo con respecto a los valores observados, una mayor precisión de las estimaciones y un

menor error medio en valor absoluto, con todos los parámetros significativos ($P < 0,001$), seguido por el modelo Hossfeld I (modificado).

Tabla IV.15 Estadísticos de ajuste y estimación de los parámetros de los modelos.

Modelo	R^2	R^2_{aj}	Sesgo	CME	EMA	a	b	c	d
Gompertz	96,0	96,0	-0,1060	9,46	2,30	66,0588 ± 0,4934 ***	2,5446 ± 0,0159 ***	0,0526 ± 0,0006 ***	----
Hossfeld I	97,2	97,2	-0,0175	6,61	1,76	0,2562 ± 0,0650 ***	0,5643 ± 0,0067 ***	0,0067 ± 0,0001 ***	----
Hossfeld I (modificado)	96,2	96,2	0,2875	8,01	2,02	1,60902 ± 0,0100 ***	0,105015 ± 0,0003 ***	----	----
Hossfeld II	96,0	96,0	0,3386	8,45	2,08	$5,60 \times 10^{-9}$ ± $1,6 \times 10^{-7}$ ***	-452421 ± 8315,47 ***	$3,99 \times 10^{-9}$ ± $9,8 \times 10^{-8}$...	----
Logístico	94,9	94,9	0,1868	12,16	2,72	59,9801 ± 0,3593 ***	7,2632 ± 0,0977 ***	0,0870 ± 0,0009 ***	----
Strand	95,4	95,4	0,3963	10,89	2,30	1,8547 ± 0,0127 ***	0,2305 ± 0,0004 ***	----	----
Terazaki	93,2	93,2	0,5917	16,30	3,01	4,2371 ± 0,0053 ***	16,1629 ± 0,1341 ***	----	----
Yoschida I	94,0	94,0	0,0081	14,26	2,71	0,0051 ± 0,0079 (NS)	0,00011 ± 0,0116 (NS)	0,0837 ± 0,4958 (NS)	214,773 ± 739,3 (NS)

*** $P < 0,001$

** $P < 0,01$

* $P < 0,05$

NS- $P > 0,05$

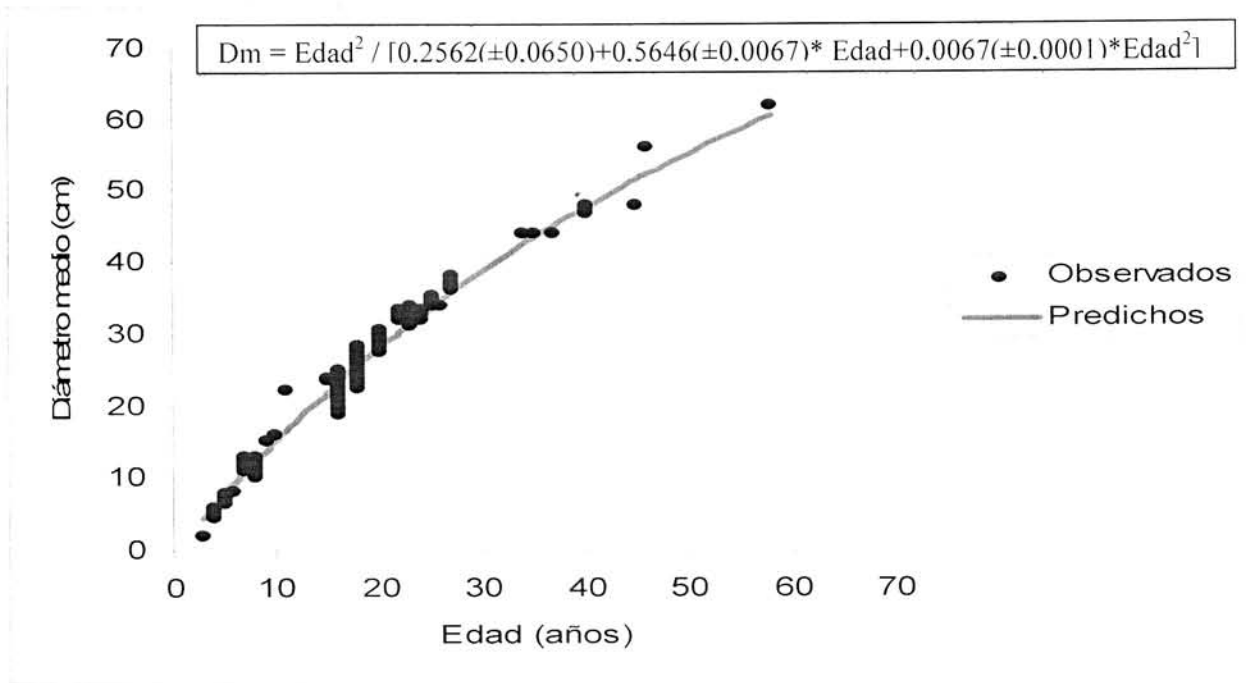


Figura IV.13 Modelo Hossfeld I ajustado al diámetro medio.

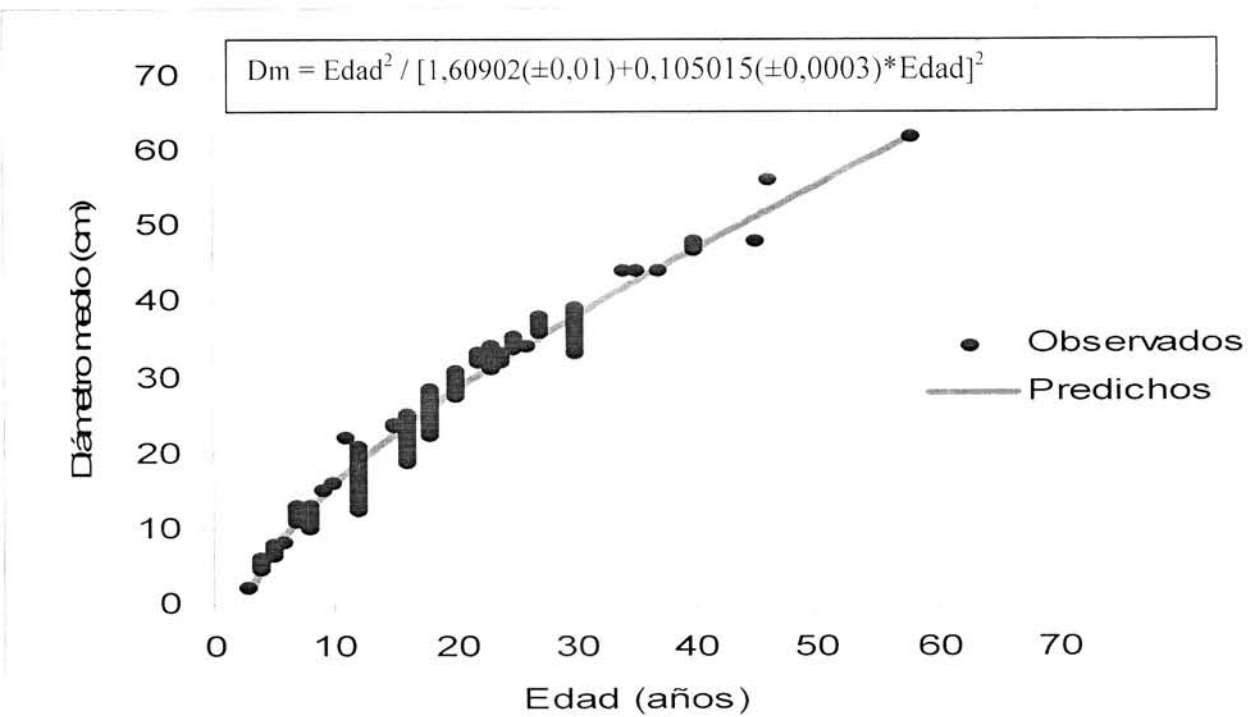


Figura IV.14 Modelo Hossfeld I (modificado) ajustado al diámetro medio.

Las Figuras IV.13 y IV.14 muestran el comportamiento del diámetro medio ajustado por los modelos Hossfeld I y Hossfeld I (modificado), se percibe de manera general el agrupamiento de los valores observados a las diferentes edades.

Las predicciones biológicas de los modelos Hossfeld I y Hossfeld I (modificado) (Tabla IV.16, Figura IV.15 y Figura IV.16), permiten explicar que el modelo Hossfeld I (modificado) es la función que describe mejor el comportamiento de la especie, con un punto de inflexión a los ocho años, corroborándose lo planteado por Samek (1967), cuando asegura que a esta edad se produce un cambio en el crecimiento de la especie.

La evolución en el tiempo (Figura IV.16) del incremento medio anual (IMA) y del incremento corriente anual (ICA) identifica que *Pinus cubensis* Griseb presenta un crecimiento acelerado en las primeras edades. A partir del punto de inflexión el crecimiento disminuye paulatinamente, por lo cual los valores del ICA dentro de un año comienzan a descender, siendo a los 15,3 años donde se igualan el incremento medio anual con el incremento corriente anual. Se observa además una tasa de crecimiento de 1,48 cm/año, corroborándose lo planteado por Matos (1972) que refiere que el incremento por hectárea de las masas de pinos, es muy bajo y la explicación se debe al conocimiento que se cuenta de las condiciones en que se han desenvuelto esas masas arbóreas, bajo explotaciones desordenadas y por la acción del fuego a que periódicamente han sido sometidos.

Tabla IV.16 Predicciones biológicas de los modelos.

Modelo	Punto de inflexión (edad)	Tiempo (edad) ICA = IMA
Hossfeld I	4,0	8,0
Hossfeld I (modificado)	8,0	15,3

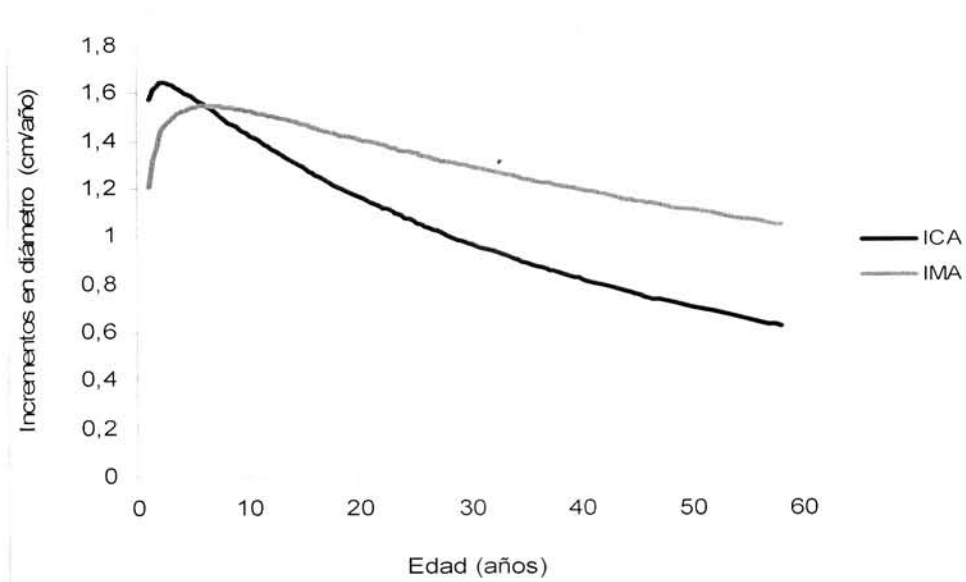


Figura IV.15 Incrementos en diámetro ajustado por el modelo Hossfeld I.

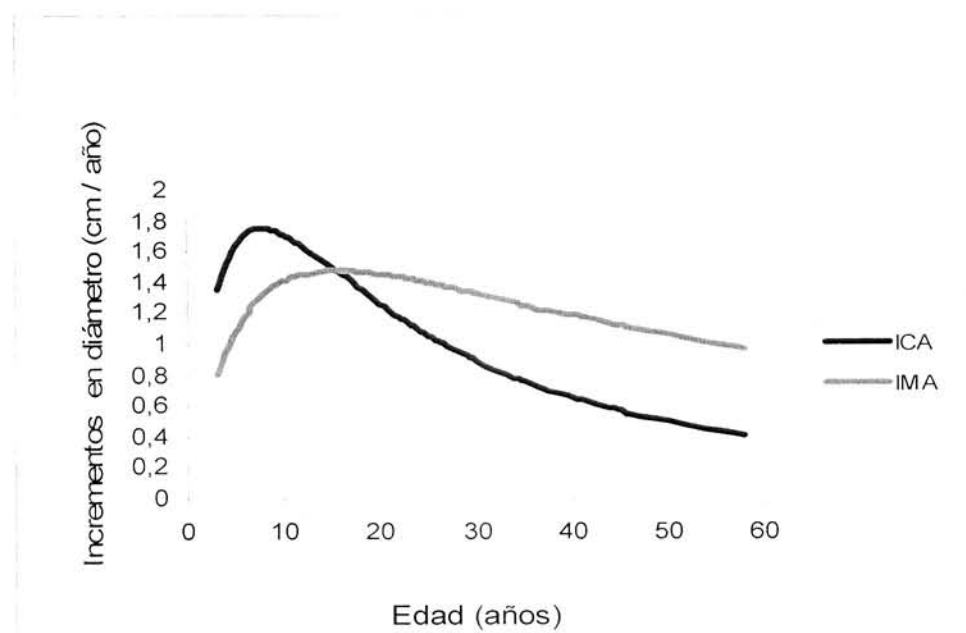


Figura IV. 16 Incrementos en diámetro por el modelo Hossfeld I (modificado).

En la Tabla IV.17 se muestran los estadísticos de ajuste y validación de los modelos Hossfeld I y Hossfeld I (modificado), donde se observa que los estadísticos de validación presentan valores similares a los obtenidos en el ajuste, así como los parámetros obtenidos en la validación coinciden con los parámetros de los modelos de ajuste, lo que garantiza la validez de los modelos.

Tabla IV.17 Estadísticos de ajuste y validación de los modelos.

Estadístico	Modelo	R ²	Sesgo	CME	EMA	a	b	c
Ajuste	Hossfeld I	97,2	-0,0175	6,61	1,76	0,2562 ± 0,0650 ***	0,5643 ± 0,0067 ***	0,0067 ± 0,0001 ***
	Hossfeld I (modificado)	96,2	0,2875	8,01	2,02	1,60902 ± 0,0100 ***	0,105015 ± 0,0003 ***	----
Validación	Hossfeld I	96,8	- 0,0171	7,52	1,82	0,2562 ***	0,5643 ***	0,0067 ***
	Hossfeld I (modificado)	95,8	0,3063	10,07	2,11	1,60902 ***	0,105015 ***	

Al comparar los valores predichos obtenidos de los modelos Hossfeld I y Hossfeld I (modificado) a partir los valores observados, y los valores predichos remuestreados contra los valores observados, se percibe que con los valores remuestreados se estima con mayor exactitud el diámetro medio por edad, lo que se corrobora con los valores que presentan los estadígrafos, los parámetros de los modelos y significación. De lo anteriormente analizado se confirma que la obtención de una expresión matemática para la modelación del diámetro medio a

partir del remuestreo mediante el método Bootstrap, permite obtener estimaciones más exactas, muy próximas al verdadero valor, corroborándose lo planteado por Efron y Tibshirani (1993) que mediante este método se genera un número elevado de muestras aleatorias, constituyendo una técnica muy poderosa. Estos resultados apoyan el uso del procedimiento Bootstrap en la modelación matemática y en particular en la estimación del crecimiento del diámetro medio a partir de la edad como variable independiente.

IV.5 PROPUESTAS METODOLOGICAS CON LA APLICACIÓN DEL METODO BOOTSTRAP.

IV.5.1 En la estimación de una variable dasométrica a partir del establecimiento de Parcelas Permanentes de Muestreo en plantaciones mediante un muestreo aleatorio simple.

1. Seleccionar los rodales que se van a muestrear. Los mismos deben cumplir la condición de ser homogéneos.
2. Seleccionar el número de unidades de muestreo. Como mínimo establecer cinco unidades en el muestreo preliminar y establecer los tamaños de muestra en el mismo orden en que se establecieron las unidades de muestreo.
3. Determinar los estadígrafos de posición y dispersión para cada tamaño de muestra.
4. Calcular el tamaño de muestra teórico.
5. Remuestrear las muestras mediante el método Bootstrap eligiendo varias magnitudes Bootstrap [100 (20) 300].
6. Determinar los estadígrafos de posición y dispersión Bootstrap.
7. Determinar el tamaño de muestra óptimo a partir del mínimo relativo o punto de máxima curvatura de la función generada de los errores estándar Bootstrap y el sesgo Bootstrap. Para ello es necesario:
 - Graficar la distribución de los errores estándar en función del tamaño de muestra. Para seleccionar el tamaño de muestra.

- Graficar la distribución de los errores estándar en función del remuestreo, y calcular el sesgo Bootstrap. Para seleccionar la magnitud Bootstrap del tamaño de muestra escogido.

IV.5.2 Modelación del crecimiento del diámetro medio utilizando como variable independiente la edad.

1. Seleccionar rodales a partir de la edad de tres años hasta la edad que se desea modelar el crecimiento del diámetro medio.
2. Levantar parcelas de 0.05 hectárea, medir los diámetros de todos los árboles y calcular el diámetro medio. Se recomienda un tamaño de muestra que sea suficiente para poder ajustar y validar los modelos matemáticos.
3. Seleccionar los modelos matemáticos y realizar el análisis de regresión.
4. Seleccionar el modelo o los modelos de mejor ajuste en base a los criterios estadísticos.
5. Determinar a través del cálculo diferencial el incremento corriente anual, y tomando en consideración el tiempo determinar el incremento medio anual.
6. Graficar las curvas de incremento corriente anual e incremento medio anual para comprobar si los modelos describen el comportamiento biológico de la especie.
7. Validar el modelo o los modelos con un conjunto de datos independientes a los utilizados en el ajuste.
8. Remuestrear los valores observados por edad con magnitud Bootstrap $B = 100$.

9. Repetir los pasos 4, 5 y 6.
10. Comparar los valores predichos obtenidos del o de los modelos a partir los valores observados, y los valores predichos remuestreado contra los valores observados, y comprobar si se mejora la exactitud de las estimaciones a través de los valores de los desvíos.

IV.6 Importancia práctica, económica, ambiental y social de la implementación del método Bootstrap en la actividad forestal.

El método Bootstrap a partir de un tamaño de muestra pequeño permite generar un estimador empírico de la distribución completa de un estadístico. Desde el punto de vista práctico es una aplicación estadística que puede ser usada para caracterizar las poblaciones boscosas y mejorar la calidad de las estimaciones.

En los inventarios forestales la selección de la muestra representativa constituye parte importante en los costos de los inventarios; si mediante la aplicación del método Bootstrap a partir de un tamaño de muestra menor se obtienen estimaciones con exactitud y precisión de los parámetros poblacionales, se consigue disminuir los costos de los inventarios.

Desde el punto de vista ambiental y social su importancia está dada por la obtención de estimaciones más exactas en los estudios de crecimiento y rendimiento de las plantaciones, lo que permitirá recomendar los manejos silvícolas en el momento más oportuno, revertiéndose en mayor incremento de las masas, lo cual favorecerá disponer de más volúmenes de madera para satisfacer las necesidades de la economía nacional y la sociedad cubana, y disminuir la presión de explotación sobre los bosques naturales, lo cual permitirá conservar un medio ambiente saludable para las presentes y futuras generaciones.

*V. CONCLUSIONES
Y
RECOMENDACIONES*

V.1 CONCLUSIONES

1. En los rodales de Clase de Edad II y Clase de Edad IV se lograron reducir los tamaños de muestra en un 40% y un 60% respectivamente, obtenidos a partir de las muestras Bootstrap en comparación con las muestras originales.
2. El método Bootstrap descrito y aplicado permitió caracterizar las poblaciones de *Pinus cubensis* Griseb y mejorar la calidad de las estimaciones del volumen por hectárea y el diámetro medio.
3. Los modelos de Hossfeld I y Hossfeld I (modificado) presentaron estadísticos adecuados para la modelación del crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb y el modelo de Hossfeld I (modificado) resultó la función que mejor describe el comportamiento biológico de la especie.
4. En la estimación del diámetro medio a partir de los valores remuestreados con el método Bootstrap se logró una mayor exactitud, lo que hace factible la aplicación de esta técnica estadística en la modelación matemática.
5. La aplicación de las propuestas metodológicas constituyen herramientas para la estimación de una variable dasométrica y la modelación del crecimiento diamétrico.

V.2 RECOMENDACIONES

1. Continuar los estudios de aplicación del método Bootstrap relacionando la variabilidad del bosque con el tamaño de muestro.
2. Capacitar al personal técnico de las empresas que manejan los recursos forestales en las técnicas estadística – computacional en el empleo de método Bootstrap.
3. Ejecutar un análisis de factibilidad para demostrar la conveniencia del empleo del método Bootstrap.
4. Realizar estudios en condiciones de bosques heterogéneos con la aplicación de otros diseños de muestreo.

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abad, A. M., E. M. Quilis. 1998. Utilización del bootstrap para caracterizar las propiedades cíclicas de una serie temporal. [on line] Disponible en: <http://www.ine.es/htdocs/daco/daco42/daco4214/cbtc2.pdf> [Consulta 12 de Febrero 2007]
- Addiscott, T. M. 1993. Simulation modelling and soil behavior. *Geoderma* 60: 15-40.
- Aguilar, G. C., C. R. Cañas. 1992. Simulación de sistemas: aplicación en producción animal. En: Simulación de sistemas pecuarios. RISPA. P. 189- 282.
- Aguirre- Bravo. C. 1987. Stand average and diameter distribution growth and yield models for natural even- age stands of *Pinus cooperii* Ph. D. Dissertation. Colorado State University Forth Collins, CO, USA. 134 p.
- Alder, D. 1980. Forest volume estimation and yield prediction. Vol. 2. Yield prediction, FAO. Rome. 194 p.
- Alejo, J. 2006. Desigualdad Salarial en el Gran Buenos Aires: Una Aplicación de Regresión por Cuantiles en Microdescomposiciones. [on line] marzo 2006 Disponible en: <http://ideas.repec.org/p/dls/wpaper/0036.html> [Consulta 18 de Enero 2007]
- Álvarez, G. A. 2000. Estimación de índices de capacidad de procesos a través de la metodología bootstrap Standard utilizando un software estadístico propio.[on line] Disponible en: <http://www.itesm.mx/etie/maestrias/ea/tasemienmy2000.html>. [Consulta 26 de Diciembre 2006]

Álvarez, S. 2003. Contraste no paramétricos de bondad de ajustes de la distribución de la renta: Una aplicación con datos de España y de Italia.

[on line] Disponible en :

http://www.ual.es/congresos/asepelt2003/ponencias_res.htm. [Consulta 26 de Diciembre 2006]

Álvarez, A. 2006. Revisión de proyecto Establecimiento de parcelas de plantaciones de alto valor comercial para la investigación y desarrollo. Instituto de Investigaciones Forestales.

Álvarez, J. A., M. P. Olave. 2006. Avances recientes en métodos bootstrap para procesos ARCH: una aplicación en el mercado español de valores. [on line] Disponible en: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/oaiart?codigo=259148> [Consulta 26 de Diciembre 2006]

Ambrosano, G. M. B., G. M. Bovi- Ambrosano.1990. Models and simulation and their application to livestock breeding. A reiew. Zootecnia. Soa Paulo. 28: 9-23.

Andrade Marín; L. 1981. Parcelas Permanentes de Producción y Raleos. Centro de Capacitación e Investigación Forestal. Ecuador. 35 p.

Anon. 2009. Distribuciones muestrales. [on line] Disponible en: http://siona.udea.edu.co/~bcalderon/2_TCL.html [Consulta 23 de Diciembre 2008]

- Arranz Cuesta, M. A. 2006. Contrastes de raíces unitarias y cointegración con datos atípicos y cambios estructurales: soluciones en muestras finitas. [on line] Disponible en: <http://www.ucm.es/eprints/4446/> [Consulta 26 de Diciembre 2006]
- Babu, G. J., K. Singh. 1983. Inference on means using the bootstrap. *Annals of Statistics* 11, 338- 370.
- Baker, C. F., R. B. Curry.1976. Structure of agricultural simulations: a philosophical view. *Agricultural Systems*. 1: 201-218.
- Betancourt. A. 1987. *Silvicultura Especial de Árboles Maderables Tropicales*. Editorial Científico- Técnica.427 p.
- Bickel, O. J., D. A. Freedman. 1981. Some asymptotic theory for the bootstrap. *Annals of Statistics* 9, 1196- 1217.
- Bollen, K. A., R. Stine.1993. Bootstrapping goodness-of-fit measures in structural equation models. In K. A. Bollen y J. S. Long (Eds.), *Testing structural equation models*. Newbury Park, CA: Sage.
- Brown, D., P. Rothery.1997. *Models in biology: mathematics, statistics and computing*. John Weley and Sons Ltd. Chichester. UK. 688 p.
- Buslenko, N. P. 1988. *Modelación de sistemas complejos*. Ed. Nauka. Literatura Físico- Matemática. Moscú. 400 p.
- Cailliez, F. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 1 22/1Estudios FAO: Montes. Roma. 92p.

- Calvillo, J. C., E. H. Cornejo, S. Valencia, C. Flores. 2003. Crecimiento en altura y diámetro de árboles de *Pinus herrerae*, Hidalgo, Michoacán. [on line] Disponible en: <http://www.uaaan.mx/> Consultado: [4 de Febrero, 2009]
- Clutter, J. L., J. C. Fortson, L. V. Pienaar, H. G. Briter, R. L. Bailey. 1983. Timber management. A quantitative approach. New York, Wiley, 333 p.
- Cochran, W. G. 1966. Sampling Techniques. A Wiley Publication in Applied Statistics. Second edition. John Wiley & Sons, Inc. 413 p.
- Curtis, R. O. 1972 citado por Prodan, M., R. Peters, F. Cox, P. Real. 1997. Mensura Forestal. Proyecto IICA/ GTZ sobre Agricultura, Recursos Naturales y Desarrollo Sostenible. 561p.
- Chambers, M. I. 1973. Fitting nonlinear models: numerical techniques. *Biometrika*. 60(1): 1-14.
- Chan, W., R. Ho, K. Leung, D. Chan, Y. Yung. 1999. An alternative method for evaluating congruence coefficients with procrustes rotation: A bootstrap procedure. *Psychological Methods*, 4, 378-402.
- Chatterjee, S. 1984. Variance estimation in factor analysis: An application of the bootstrap. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 37, 252-262.

Cristóbal, J. A., P. Olave, T. Alcalá. 2006. Un enfoque bootstrap para la estimación no paramétrica de una función de regresión a partir de tiempos de recurrencia [on line] Disponible en:

http://www.seio2006.ull.es/files/64/resumen_64_OeOyW2OkVF.pdf [Consulta 16 de Febrero 2007]

Dalgleish, L. I. 1994. Discriminant analysis: Statistical inference using the jackknife and bootstrap procedures. *Psychological Bulletin*, 116, 498-508.

Danfaer, A. 1990. A dynamic model of nutrient digestion and metabolism in lactating dairy cows. Report from Matinal Institute of Animal Science. Denmark. 511 p.

Davis, S. L., K. N. Johnson. 1987. *Forest Management*. Third edition. McGraw-Hill. New York.

De la Fuente, A., A. Velásquez, J. M. Torres, H. Ramírez, C. Rodríguez, A. Trinidad. 1998. Predicción de crecimiento y rendimiento de *Pinus rudis* Ende en pueblos mancomunados, Ixtlan, Oaxaca. *Revista Ciencia Forestal en México* Vol. 23 Num. 84. p. 3-8.

Demey, J. R, A. Y. Zambrano; R. Macchiavelli, V. González. 2004. Tamaño de muestra en experimentos biotecnológicos con suspensiones celulares. [on line] Disponible en: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0378-8442004000700011&script=sci_arttext [Consulta 18 de enero 2007]

Diaconis, P., B. Efron. 1983. Computer intensive methods in statistics. *Scientific American*, 248(5), 116-13.

- Draper, N. R., H. Smith. 1996. *Applical Regression Analysis*. John Wiley and Sons, Inc. New York. 740 p.
- Efron, B. 1979. Bootstrap Methods. Another look at the Jackknife. *Annals of Statistics* 7, 1-26.
- Efron, B. 1979a. Computer and the theory of statistic: thinking the unthinkable. *Society for Industrial and Applied Mathematics*. 21 (4): 480 p.
- Efron, B. 1980. Bootstrap methods: another look at the jackknife. *Division of Biostatistics*. Stanford University, California: 37 p.
- Efron, B. 1981. Censored data and bootstrap. *Journal of the American Statistical Association*. 76, (374). Theoru and Methods Session: 319 p.
- Efron, B. 1982. The 1981 Wold Memorial Lectures: Maximun likelihood and Decision. *The Annals of Statistics*. 10, (2): 356 p.
- Efron, B., G. Gong. 1983. A leisurely look at the bootstrap, the jackknife and Cross= validation. *The American Statistician*. 37, (1): 36- 48.
- Efron, B., R. J. Tibshirani. 1985. The Bootsrap method for assessing statistical Accuaracy. *Behaviormetrika*. 17: 54- 77.
- Efron, B., R. J. Tibshirani. 1986. Bootstrap methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy. *Statistical Science*, 1(1), 54-77.
- Efron, B., R. J. Tibshirani. 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. New York: Chapman & Hall. 436 p.

Fan, X. 1994. Does Bootstrap Procedure Biased Estimates? An Empirical Examination for a Case of Multiple Regression?. Paper presented at the Annual Meeting of AERA, New Orleans, Abril.

Ferreira. O. 1994. Manual de inventarios forestales. 2^{da} Edición. Escuela Nacional de Ciencias Forestales. Sigüapetèque. Honduras. 97 p.

Ferreira, J., J. Salas. 2006. Tipo de Cambio Real de Equilibrio en el Perú: modelos BEER y construcción de bandas de confianza. [on line] Disponible en: <http://www.cemla.org/pdf/redxi/red-xi-042.pdf> [Consulta 16 de Febrero 2007]

France, J., J. H. Thornley. 1996. Mathematical Models in Agricultura. John Wiley and Sons. Ltd. Batterworths. London. 458 p.

Gallegos, A., O. A. Aguirre, G. A. González. 2010. Optimización de Inventarios Forestales para manejo Forestal de un Bosque Tropical en Jalisco, México. [on line] Disponible en:

<http://www.cucba.udg.mx/forestal/index.pdh?option=com>. [Consulta 23 de Marzo 2010]

Goelz, J. C., T. E. Burk. 1992. Development of a well- behaved site index equation: jack pine in north central Notario. Can. J. For. Res. 22, 776-784.

Gómez, J. R. 1972. Plantaciones forestales en Cuba. Memorias especiales de Cuba al VI Congreso Forestal Mundial. Instituto Cubano del Libro, La Habana. p. 51-79.

Guerra, C. W., A Cabrera., L. Fernández. 2003. Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica. Rev. Cubana de Ciencia Agrícola .Tomo 37. Nro. 1, p. 3-10.

Gutiérrez del Campo, R. 2003. Retorno salarial al origen socioeconómico entre los ingenieros comerciales. [on line] Disponible en:

<http://biblioteca.universia.net/ficha.do?id=20933> [Consulta 18 de enero 2007]

Harris, D. J., M. J. Kolen. 1989. Examining the stability of Angoff's Delta item bias statistic using the bootstrap. Educational and Psychological Measurement, 49, 81-87.

Harrison, S. R. 1987. Validation of models: Method, application and limitations. In: Computer Assited Management of Agricultural Production Systems, RMIT, Melbourne. p 194-198.

Helland, I. S. 1987. On the interpretation and use of R^2 in regression analysis. Biometrics 43(1): 61-70.

Hinckley, D. W. 1988. Bootstrap Methods. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 50, 321-337.

Hinkley, D. E., W. H. Winstead. 1990. Bootstrap Methods: A Very Leisurely Look. Paper presented at the Annual Meeting of AERA, Boston, MA, Abril.

Hughell, D. A. 1997. La optimización de inventarios forestales. Informe técnico No. 59. Editorial BOLFOR. Bolivia. 65 p.

- Husch, B. 1963 citado por De la Fuente, A., A. Velásquez, J. M. Torres, H. Ramírez, C. Rodríguez, A. Trinidad. 1998. Predicción de crecimiento y rendimiento de *Pinus rudis* Ende en pueblos mancomunados, Ixtlan, Oaxaca. Revista Ciencia Forestal en México Vol. 23 Num. 84. p. 3-8.
- Husch, B., C. I. Miller, T. W. Beers. 1982 citado por Prodan, M., R. Peters, F. Cox, P. Real. 1997. Mensura Forestal. Proyecto IICA/ GTZ sobre Agricultura, Recursos Naturales y Desarrollo Sostenible. 561 p.
- InfoStat (2008). InfoStat, versión 2008. Universidad Nacional de Córdoba. Argentina.
- Juárez, S; J. Hernández, S. Hernández. 2007. Procedimientos no paramétricos y robustos para comparar vectores de medias. [on line] Disponible en: <http://foro.amestad.org.mx/papers1.php> [Consulta 18 de enero 2007]
- Kiviste, A, J. G. Álvarez, A. Rojo, A. D. Ruíz. 2002. Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Instituto de Investigaciones y Tecnología Agraria y Alimentaria, Madrid. 190 p.
- Klepac, D.1983. "Crecimiento e incremento de árboles y masas forestales". Segunda edición. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx. 365 p.
- Klepac, D. 1983 citado por De la Fuente, A., A. Velásquez, J. M. Torres, H. Ramírez, C. Rodríguez, A. Trinidad. 1998. Predicción de crecimiento y rendimiento de *Pinus rudis* Ende en pueblos mancomunados, Ixtlan, Oaxaca. Revista Ciencia Forestal en México Vol. 23 Num. 84. p. 3-8.

- Ledesma, R. 2007. AlphaCI: un programa de cálculo de intervalos de confianza para el coeficiente alfa de Cronbach. [on line] Disponible en: http://scielo.bvs-psi.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-827120040000000005&lng=es&nrm=is&tlng=pt [Consulta 18 de enero 2007]
- Lema, A. 2002. Elementos teóricos sobre inventarios forestales. (Estadística y Planificación) Facultad de Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de Colombia. 218 p.
- Ley 85. 1998. Ley Forestal. Su reglamento y contravenciones. Servicio Estatal Forestal. 93 p.
- Liski, E.P. 1987. A growth curve analysis for bulls test station. Biometrical Journal. 29(3) 331- 345.
- López Jauregui, A., P. Elosua Oliden. 2004. Estimación bootstrap para el coeficiente de determinación: Un estudio de caso. [on line] Disponible en: http://www.psico.uniovi.es/REMA/v9n2/a1/n9v2a1_welcome.htm [Consulta 18 de enero 2007]
- Lunneborg, C. E. 1983. Efron's Bootstrap with Some Applications in Psychology. Paper presented at the Annual Meeting of AERA, Anaheim, CA, Agosto.
- Lunneborg, C. E. 1987. Bootstrap applications for the Behavioral Sciences. Educational and Psychological Measurement, 47, 627-629.

Madrigal, S., H. Ramírez. 1995. Comparación de nueve modelos empíricos para la determinación del índice de sitio en Michoacán. Rev. Cien. For. en México. Vol. 20 Núm 28. Julio- Diciembre p. 35-57.

Madrigal, S., J. Moreno, I. Vázquez. 2004. Comportamiento de dos métodos en la predicción y representación gráfica del índice de sitio. Rev. Cien. For. en México. Vol. 29 Núm 95. Enero- Julio p. 23-41.

Machado, G. 2002. Diseño de inventario forestal continuo para la ordenación sostenible de los bosques de pluvisilvas de montaña en Guantánamo. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Forestales. Universidad de Pinar del Río. Facultad de Forestal y Agronomía. Departamento Forestal. 102 p.

Malleux, J. 1982. Inventarios forestales en bosques tropicales. Lima, Perú. 414 p.

Mas, P. J., P. E. Mora. 1991. Manual para el establecimiento, medición y análisis de sitios permanentes de experimentación silvícola de confiera. Centro de investigaciones Forestales de Michoacán. México. 64 p.

Matos, E. 1972. Análisis del incremento, edades y regeneración natural en las zonas de pinos de Cuba. Memorias especiales de Cuba al VI Congreso Forestal Mundial. Instituto Cubano del Libro, La Habana. p. 81-108.

McCarl, B. A. 1984. Model validation: an overview with some emphasis on risk models. Review of Marketing and Agric. Economics. 52: 156- 173.

- Menchaca, M. A. 1991. Modelo de crecimiento en peso de bovino. Un modelo intrínsecamente lineal para la representación del crecimiento. Rev. Cubana. Cienc .Agr. 25(2): 125- 128.
- Méndez, S, R. Escuder, C. Mar. 2001. Una aplicación de los métodos de remuestreo a la auditoria de estados financieros [on line] Disponible en: http://www.ine.es/revistas/estaespa/147_3.pdf [Consulta 16 de Febrero 2007]
- Menner, W. A. 1995.Introdution to modeling and simulation. John Hopkins. APL. Technical Digest. 16 (1): 6- 17.
- Meyer H. A., A. B. Recknagel., D. D. Stevenson, R. A. Bartoo.1961. "Forest management". Ronald press Company. New York. 281 p.
- Micceri, T. 1989. The unicorn, the normal curve and other improbable creatures. Psycological Bulletin, 105(1), 156-166.
- Millares, J. L., M. M. Millares. 2004. Habilidades de *Timing* en la gestión de los fondos de inversión de renta variable [on line] Disponible en: <http://www.acede.org/articulos/pdf/CEDE21PDF/04-03.pdf> [Consulta 16 de Febrero 2007]
- Millar, I, J. E. Freund, R. A Johnson. 1992. Probabilidad y estadística para ingenieros. Prentice- Hall Hispanoamérica, S.A. Cuarta edición. 624 p.
- Montalvo, J. M., H. Gra, J. De Nacimiento, J. Orquin, H. Maresma. 1991. Confección de tablas de volumen, surtidos y densidad del *Pinus cubensis* Griseb en plantaciones puras para la provincia Guantánamo. Informe de etapa. Instituto de Investigaciones Forestales. s/n
- Montalvo, J. M. 2010. Comunicación personal.

- Mooney, C. Z., R. D. Duval. 1993. Bootstrapping: A Nonparametric Approach to Statistical Inference. Newbury Park. C A: Sage.
- Mosier, C. 1951. Problems and Designs of Cross-Validation. Educational and Psychological Measurement, 11p.
- Nacimiento, J. 1982. Código de Parcelas Permanentes. Centro de Investigación Forestal. La Habana. 26 p.
- Noreen, E. 1989. Computer intensive methods for testing hypotheses. New York: John Wiley & Sons, Ltd.
- Normal Ramal 595. 1982. Tratamientos silviculturales. Ministerio de la Agricultura. 25 p.
- Orbe Lizundia, J. M. 2006. Un Modelo Lineal Generalizado Semiparamétrico para Análisis de Duración con Censura. [on line] Disponible en: http://www.bl.ehu.es/doctorad/tesis/jesus_orbe_lizundia.html. [Consulta 26 de Diciembre 2006]
- Ortiz, J. 2000. Modelación y simulación matemática del reciclaje de N, P y K en sistemas de pastoreos vacuno en Cuba. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Agrícolas. Instituto de Ciencia Animal. 116 p.
- Ortiz, E., D. Quirós. 2002. Definiciones y tipos de inventarios forestales en Inventarios forestales para bosques latifoliados en América Central. CATIE. Costa Rica. p. 3-24.

Ortiz, E., D. Quirós. 2002a. Planificación de inventarios forestales en Inventarios forestales para bosques latifoliados en América Central. CATIE. Costa Rica. p. 27-34.

Ortiz, E., F. Carrera. 2002. Estadística básica para inventarios forestales en Inventarios forestales para bosques latifoliados en América Central. CATIE. Costa Rica. p. 71-98.

Ortiz, E., F. Carrera. 2002a. Muestreo en inventarios forestales en Inventarios forestales para bosques latifoliados en América Central. CATIE. Costa Rica. p. 101-117.

Ortiz, E., F. Carrera. 2002b. Diseño del muestreo para inventarios forestales en Inventarios forestales para bosques latifoliados en América Central. CATIE. Costa Rica. P. 121-148.

Passioura, J. B. 1993. Sense and nonsense in crop simulation. J. Aquist. Inst. Agric. System. 39: 181- 183.

Peng, C. 2000. Growth and yield models for uneven- age stand: past, present and future. Forest Ecology and Management, 132: 259- 279.

Pinenaar, L. V., K. J. Turnbull. 1973. The Chapman- Richards generalization of von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even- aged stands. For. Sci. 19, 2-22.

Pino, J. A. 2000. El Método Bootstrap aplicado a la estimación de parámetros en investigaciones porcinas y bovinas. Tesis presentada en opción al título de Master en Matemática Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. Universidad Agraria de La Habana "Fructuosos Rodríguez Pérez". 59 p.

Pla, L. 2005. Comunicación personal.

Prodan, M. 1968 citado por De la Fuente, A., A. Velásquez, J. M. Torres, H. Ramírez, C. Rodríguez, A. Trinidad. 1998. Predicción de crecimiento y rendimiento de *Pinus rudis* Ende en pueblos mancomunados, Ixtlan, Oaxaca. Revista Ciencia Forestal en México Vol. 23 Num. 84. p. 3-8.

Prodan, M., R. Peters, F. Cox, P. Real. 1997. Mensura Forestal. Proyecto IICA/ GTZ sobre Agricultura, Recursos Naturales y Desarrollo Sostenible. 561p.

Quenouille, M. H. 1956. Notes on Bias in Estimation. Biometrika, 43, 353-36.

Quiroz, R., B. Ace, R. Cañas, C. Aguilar. 1995. Development and use of simulation models in animal production systems research. In: Animal production systems research methodological and analytical guidelines. IDRC/IICA-RISPAL. San José. Costa Rica. 103- 149.

Ramírez Santana, G. M. 1996. Estudio de la robustez del Análisis Discriminante Multivariado: propuesta de un ajuste bootstrap para la significación estadística de los coeficientes de la técnica. Universidad de la Laguna.

Ramírez M. H., M. B. Zepeda.1994. "Rendimientos maderables de especies forestales; actualidades en México". En: IV Reunión Nacional de Plantaciones Forestales. SF y de FS/INIFAP. México, D.F. s/p.

Reyes, R., G. Ramírez. 2002. Prueba Bootstrap para la hipótesis de no preferencia en estudios toxicológicos con variables dicotómicas. En Revista Agrociencia. Vol. 36 No. 3. p. 329-335.

Rodríguez, P. E., N. Noa, G. A. Leyva, B. Rodríguez. 2008. Proyecto de organización y desarrollo de la economía forestal 2008-2017. Ministerio de la Agricultura. Grupo Empresarial de la Agricultura de Montaña. Empresa Forestal Integra "Baracoa". 57 p.

Rodríguez, L. V. Torres, O. Mogen. 2009. CD IV Encuentro Internacional por el Desarrollo Forestal Sostenible. DEFORS 2009. ISBN 978-959-7139-89-8. Localizar en comisión: Silvicultura Sostenible. 15. Publicación electrónica.

Samek, V. 1967. Elementos de Silvicultura de los Pinares. Academia de Ciencias de Cuba. 102 p.

Scott, R. L., B. Thompson, D. Sexton. 1989. Structure of a short form of the questionnaire on resources and stress: A bootstrap factor analysis. Educational and Psychological Measurement, 49, 409-419.

Shugart, H. H. 1984. A Theory of forest dynamics. Springer Verlag. Co. New York. N. Y. USA. 278 p.

Simon, J. L. 1969. Basic Research Methods in Social Science. (Vol. acceso en Marzo 2003). New York: Random House.

Sitaramaswamy, J., D. K. Jain. 1993. The role and type of models in farming systems research. In: Kiran. S. (Ed.) Feeding of ruminants on fibrous crop residues: aspects of treatment, feeding, nutrient evaluation, research and extension. Proceeding of on Internacional Workshop, Karnal. India. 58- 66.

Smith, H. F. 1938. citado por Torres, V. 1990. Tamaño óptimo de parcela experimental en investigaciones con pastos. Tesis presentada en opción al grado de Candidato a Doctor en Ciencias. Instituto Superior de Ciencias Agropecuarias. La Habana. 122p.

Software estadístico Statgraphics *Plus* version 5.1 sobre Windows, 1995.

Solanas, A., V. Sierra. 1992. Bootstrap: fundamentos e introducción a sus aplicaciones. Anuario de Psicología, 55, 143-154.

Sosa, E. 1981. Inventarios Forestales. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales de México. Revista Ciencia Forestal. Vol. 31 (6): 18-41.

Spedding, C. R. W., N. R. Brockington. 1976. Experimentation in Agriculture Systems. Agriculture Systems. 1: 47- 56.

Thompson, B. 1988. Program factrap: A program that computes bootstrap estimates of factor structure. Educational and Psychological Measurement, 48, 681-686.

Thompson, B. 1995. Exploring the replicability of a study's results: Bootstrap statistics for the multivariate case. Educational and Psychological Measurement, 55(84-94).

- Thornley, J. H., M. J. France. 2004. Mathematical models in agriculture. Quantitative Methods for the Plant, Animal and Ecological Sciences. 906 p.
- Torres, V. 1995. Contribución a la modelación de un área de pastoreo. En: Seminario Científico Internacional. XXX Aniv. Inst. Cienc. Anim. ICA. 191-195.
- Torres, J., O. Magaña, M. Acosta. 2000. Metodología para mejorar la predicción de parámetros de distribuciones diamétricas. Agrociencia. 34: 627-637.
- Torres, V., J. Ortiz. 2005. Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja. Rev. Cubana. Cienc. Agric. Tomo 39. Número especial.
- Tukey, J. W. 1958. Bias and Confidence in Not-Quite Large Samples (Abstract). Annals of Mathematical Statistics, 29, 614.
- Ursul, A. D., S. M. Rodríguez, R. Berguete, N. T. Abramova y J. M. Tornés. 1981. la dialéctica y los métodos científicos generales en la investigación. Tomo I. Ed. Ciencias Sociales. La Habana. 498 p.
- Vanclay, J. K. 1994. Modelling forest growth and yield; applications to mixed tropical forest. CAB International. Wallingford, Oxon. UK. 312 p.
- Vélez, R. y A. García. 1994. Principios de inferencia estadística. UNED. Madrid. P. 12-39.
- Vichnevetsky, R. 1995. Mathematical modelling the soft versus the hard sciences. Mathematics and Computer in Simulation. 39: 197- 206.

Wallach, D., M. Goffinet. 1987. Mean squared error of prediction in models for studying ecological and agronomic systems. *Biometrics*. 43(3): 461- 574.

Wand, Y., R. Weber. 1997. An Ontological Evaluation of Systems Analysis and design Methods. In: Falkerberg. E.D. and Lindgreen P (eds). *Proceedings of IFIP. 8.1 Working Conference on Information Systems Concepts: An In depth Analysis* Namur, Belgium. Oct.1997. Amsterdam. North Holland. 79- 107.

Wikipedia. 2009. Ley de los grandes números. [on línea] Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Ley_de_los_grandes_n%C3%BAmeros [Consulta 21 de Octubre 2009]

Wikipedia. 2010. Modelo Matemático. [on línea] Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Modelo_matem%C3%A1tico [Consulta 25 de Febrero 2010]

Winston, J. K., J. P. Demaerschalk. 1981. Height- age functions for young stands of exotic timber species in Kenia. A comparasion of linear and nonlinear models.

Wykoff, W. R. 1986. Supplement to user's guide for the stand prognosis model. Versión 5.0 USDA. For. Gen. Tech. Rep. INT- 208. 36 p.

Yamane, T. 1970. *Elementary Sampling Theory*. Edición Revolucionaria. Instituto del Libro. 405 p.

Yuan, K., C. Guarnaccia y B. Hayslip. 2003. A study of the distribution of sample coefficient alpha with the Hopkins symptom checklist: Bootstrap versus asymptotics. *Educational and Psychological Measurement*, 63(1), 5-23.

Yung, Y., P. M. Bentler. 1994. Bootstrap-corrected ADF statistics in covariance structure-analysis. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 47, 63-84.

Zeide, B. 1993. Analysis of growth equations. *For. Sic.* 39, 594-616.

Zepeda-Bautista, M. E., A. Domínguez-Pereda. 1998. Niveles de incremento y rendimiento maderable de poblaciones naturales de *Pinus arizonica* Engl de El Poleo, Chihuahua. *Madera y Bosques*. 4: 27- 39.

VII. *ANEXOS*

Anexo 1 Estadígrafos de posición y dispersión para diferentes tamaños de muestra y magnitudes Bootstrap para el rodal de Clase de Edad II.

Tamaño de muestra	Magnitud Bootstrap	Media Bootstrap	Varianza Bootstrap	Desviación Estándar Bootstrap	Coefficiente de Variación Bootstrap	Error Estándar Bootstrap (±)
2	100	70,93	15,93	3,99	5,63	0,40
2	120	70,50	14,40	3,80	5,38	0,35
2	140	71,03	14,65	3,83	5,39	0,32
2	160	70,80	13,27	3,64	5,15	0,29
2	180	71,12	15,12	3,89	5,47	0,29
2	200	71,37	14,59	3,82	5,35	0,27
2	220	71,27	15,40	3,92	5,51	0,26
2	240	71,45	15,82	3,98	5,27	0,26
2	260	71,13	14,44	3,80	5,34	0,24
2	280	71,40	15,30	3,91	5,48	0,23
2	300	71,20	15,97	4,00	5,61	0,23
3	100	67,69	14,44	3,80	5,61	0,38
3	120	66,81	13,84	3,72	5,57	0,34
3	140	66,60	11,76	3,43	5,15	0,29
3	160	66,86	11,70	3,42	5,12	0,27
3	180	66,96	12,18	3,49	5,21	0,26
3	200	66,63	12,53	3,54	5,31	0,25
3	220	67,10	12,67	3,56	5,31	0,24
3	240	67,20	13,84	3,72	5,54	0,24
3	260	67,46	13,76	3,71	5,50	0,23
3	280	67,38	13,85	3,72	5,52	0,22
3	300	66,94	14,52	3,81	5,69	0,22
4	100	68,36	13,14	3,62	5,30	0,36
4	120	68,39	9,60	3,10	4,53	0,28

4	140	68,95	9,70	3,12	4,52	0,26
4	160	68,26	13,21	3,63	5,32	0,29
4	180	68,61	11,12	3,33	4,86	0,25
4	200	68,47	11,56	3,40	4,97	0,24
4	220	68,93	11,63	3,41	4,95	0,23
4	240	68,41	12,67	3,56	5,20	0,23
4	260	68,47	13,43	3,38	4,93	0,21
4	280	68,17	11,74	3,43	5,03	0,20
4	300	68,12	10,88	3,30	4,84	0,19
5	100	67,36	9,61	3,10	4,60	0,31
5	120	67,12	9,42	3,07	4,57	0,28
5	140	67,39	8,76	2,96	4,39	0,25
5	160	66,87	8,47	2,91	4,35	0,23
5	180	67,26	7,95	2,82	4,19	0,21
5	200	67,45	8,01	2,83	4,20	0,20
5	220	67,12	7,95	2,82	4,20	0,19
5	240	67,50	8,70	2,95	4,37	0,19
5	260	67,14	8,41	2,90	4,32	0,18
5	280	67,34	8,82	2,97	4,41	0,18
5	300	67,03	8,45	2,91	4,34	0,17

Anexo 2 Estadígrafos de posición y dispersión para diferentes tamaños de muestra y magnitudes Bootstrap para el rodal de Clase de Edad IV.

Tamaño de muestra	Magnitud Bootstrap	Media Bootstrap	Varianza Bootstrap	Desviación Estándar Bootstrap	Coefficiente de Variación Bootstrap	Error Estándar Bootstrap (±)
2	100	154,00	1,10	1,05	0,68	0,10
2	120	154,02	0,93	0,97	0,63	0,09
2	140	154,05	0,81	0,90	0,59	0,08
2	160	154,04	0,88	0,94	0,61	0,07
2	180	153,93	1,00	1,00	0,65	0,07
2	200	154,06	0,78	0,88	0,57	0,06
2	220	154,02	0,91	0,95	0,62	0,06
2	240	154,08	0,90	0,95	0,62	0,06
2	260	154,02	0,89	0,94	0,61	0,06
2	280	154,09	0,81	0,90	0,59	0,05
2	300	154,10	0,94	0,97	0,63	0,06
3	100	153,37	0,53	0,73	0,47	0,07
3	120	153,47	0,59	0,77	0,50	0,07
3	140	153,62	0,57	0,76	0,49	0,06
3	160	153,48	0,59	0,76	0,50	0,06
3	180	153,44	0,57	0,76	0,49	0,06
3	200	153,45	0,49	0,70	0,46	0,05
3	220	153,46	0,55	0,74	0,48	0,05
3	240	153,58	0,58	0,76	0,50	0,05
3	260	153,57	0,71	0,84	0,55	0,05
3	280	153,61	0,60	0,77	0,50	0,05
3	300	153,47	0,70	0,83	0,54	0,05
4	100	153,57	0,35	0,59	0,38	0,06
4	120	153,60	0,32	0,57	0,37	0,05

4	140	153,49	0,30	0,55	0,36	0,05
4	160	153,54	0,38	0,62	0,40	0,05
4	180	153,58	0,33	0,58	0,37	0,04
4	200	153,55	0,38	0,61	0,40	0,04
4	220	153,60	0,35	0,59	0,38	0,04
4	240	153,60	0,31	0,56	0,36	0,04
4	260	153,61	0,38	0,61	0,40	0,04
4	280	153,56	0,29	0,54	0,35	0,03
4	300	153,55	0,32	0,56	0,37	0,03
5	100	153,65	0,26	0,51	0,33	0,05
5	120	153,64	0,23	0,48	0,31	0,04
5	140	153,73	0,22	0,48	0,31	0,04
5	160	153,65	0,24	0,49	0,32	0,04
5	180	153,74	0,22	0,47	0,30	0,03
5	200	153,67	0,20	0,45	0,29	0,03
5	220	153,71	0,23	0,48	0,31	0,03
5	240	153,76	0,24	0,49	0,32	0,03
5	260	153,71	0,24	0,49	0,32	0,03
5	280	153,64	0,24	0,49	0,32	0,03
5	300	153,68	0,23	0,48	0,31	0,03

The graph illustrates the relationship between the standard error (Error Estándar) and the sample size (Tamaño de muestra). The Y-axis represents the standard error, ranging from 0.00 to 0.45. The X-axis represents the sample size, with values 2, 3, 4, and 5. There are ten data series, each corresponding to a different sample size (100, 120, 140, 160, 180, 200, 220, 240, 260, 280, 300). The series are plotted as lines with markers. The standard error generally decreases as the sample size increases, with the rate of decrease being more pronounced for smaller sample sizes.

Tamaño de muestra	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
2	0.40	0.35	0.29	0.28	0.27	0.26	0.25	0.24	0.23	0.22	0.21
3	0.38	0.34	0.26	0.25	0.24	0.23	0.22	0.21	0.20	0.19	0.18
4	0.36	0.28	0.24	0.23	0.22	0.21	0.20	0.19	0.18	0.17	0.16
5	0.31	0.28	0.21	0.20	0.19	0.18	0.17	0.16	0.15	0.14	0.13

The graph plots Standard Error (Error Estándar) on the y-axis against Sample Size (Tamaño de muestra) on the x-axis. The y-axis ranges from 0.00 to 0.12 in increments of 0.02. The x-axis has values 2, 3, 4, and 5. There are 11 data series representing confidence levels from 100% to 300% in increments of 20%. All series show a downward trend as sample size increases. The 100% confidence level series (thick black line with diamond markers) starts at approximately 0.10 for sample size 2 and decreases to about 0.05 for sample size 5. The 300% confidence level series (lightest gray line with diamond markers) starts at approximately 0.06 for sample size 2 and decreases to about 0.03 for sample size 5.

Tamaño de muestra	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
2	0.100	0.090	0.080	0.070	0.060	0.050	0.045	0.040	0.035	0.030	0.025
3	0.070	0.065	0.060	0.055	0.050	0.045	0.040	0.035	0.030	0.025	0.020
4	0.060	0.055	0.050	0.045	0.040	0.035	0.030	0.025	0.020	0.015	0.010
5	0.050	0.045	0.040	0.035	0.030	0.025	0.020	0.015	0.010	0.005	0.000